ملخص الوحدة

(١) حل المعادلة: أس^{٢}+ب س+جـ=٠ ، حيث أ،ب،جـ $\in$ ح، أ $\neq$ ٠

الطريقة
التحليل إلى العوامل
إكمال المربع
استخدام القانون العام
التمثيل البياني

---

(٢) مقدمة عن الأعداد المركبة :

العدد التخيلي : هو العدد الذي مربعه = −١

∴ ت^{٢} = −١

ت في أبسط صورة :

ت = ت ، ت^{٢} = −١ ، ت^{٣} = −ت ، ت^{٤} = ١

العدد المركب : أ + ب ت

يتكون من جزءان جزء حقيقي أ وتخيلي ب

إذا كان أ = ٠ يكون العدد تخيلي .

إذا كان ب = ٠ يكون العدد حقيقي .

يتساوى العددان المركبان عندما يتساوى الجزء الحقيقي مع الحقيقي والتخيلي مع التخيلي .

جمع وطرح الأعداد المركبة :

عند جمع أو طرح عددين مركبين نجمع أو نطرح الجزأين الحقيقيين معا والجزأين التخيلين معا .

ضرب الأعداد المركبة :

نستخدم نفس الطرق المستخدمة في ضرب المقادير الجبرية مع الأخذ في الاعتبار أن ت^{٢} = −١

ملاحظة :

(١ ± ت)^{٢ن} = (±٢ت)^{ن} حيث ن $\in$ ص

وتستخدم هذه الملاحظ لتبسيط بعض الأعداد المركبة :

(١ + ت)^{٢٠٠} = (٢ت)^{١٠٠} = ٢^{١٠٠}ت^{١٠٠} = ٢^{١٠٠}

(٣ − ٣ت)^{٤} = ٣^{٤} × (١ − ت)^{٤} = × (−٢ت)^{٢}

٣^{٤} = ٣^{٤} × ٢^{٢} = ٣٢٤

العددان المترافقان :

العددان أ + ب ت ، أ − ب ت يسميان بالعددين المترافقين ولاحظ أنهما لا يختلفان إلا في إشارة الجزء التخيلي منهما .

فمثلا العددان ٣ + ٤ت ، ٣ − ٤ت عددان مترافقان ، ٢ت − ٥ ، −٢ت − ٥ عددان مترافقان

---

(٣) تحديد نوع جذري المعادلة التربيعية :

المميز	نوع الجذرين	شكل تخطيطي للدالة المرتبطة بالمعادلة
(ب^{٢} − ٤أجـ) > ٠	جذران حقيقيان مختلفان	
ب^{٢} − ٤أجـ = ٠	جذر حقيقي واحد مكرر (جذران متساويان)	
ب^{٢} − ٤أجـ < ٠	جذران مركبان مترافقان (غير حقيقيين).	

---

(٤) العلاقة بين جذري المعادلة التربيعية ومعاملات حدودها :

إذا كان جذرا المعادلة أ س^{٢} + ب س + جـ = ٠ هما ل، م فإن: ل + م = $\frac{-ب}{أ}$ ، ل م = $\frac{جـ}{أ}$

ملاحظات :

إذا كان ب = ٠ فإن : ل + م = ٠

أي ل = −م

أي أن : أحد جذري المعادلة معكوس جمعي للآخر .

إذا كان أ = جـ فإن : ل م = ١

أي أن : أحد جذري المعادلة معكوس ضربي للآخر .

---

(٥) تكوين المعادلة التربيعية متى علم جذراها :

إذا كانت ل، م جذرى المعادلة التربيعية، فإن المعادلة التربيعية تكون على الصورة الآتية:

★ (س − ل) (س − م) = ٠

★ إذا كان ل + م = − $\frac{ب}{أ}$ ، ل م = $\frac{جـ}{أ}$ فإن المعادلة هي س^{٢} − (ل + م) س + ل م = ٠

أي أن : س^{٢} − (مجموع الجذرين) س + حاصل ضرب الجذرين = ٠

٠١١٢٢٤٤٧٤٤٧
٠١٠٩٢٣٦٥٦٥٥

(٦) بحث إشارة الدالة :

★ إشارة الدالة الثابتة د،

حيث د(س) = جـ ، (جـ ≠ ٠) هي

هي نفس إشارة جـ لكل س ∈ ح.

★ قاعدة الدالة الخطية د هي د(س) = ب س + جـ ، ب ≠ ٠

فتكون س = − $\frac{جـ}{ب}$ عندما د(س) = ٠ والشكل التالي يمثل إشارة الدالة د:

د(س)	مثل إشارة معامل س	٠	مخالفة لإشارة معامل س
س	∞ ← س > − $\frac{جـ}{ب}$	− $\frac{جـ}{ب}$	س < − $\frac{جـ}{ب}$ → −∞

★ لتعين إشارة الدالة د، حيث د(س) = أ س^{2} + ب س + جـ، أ ≠ ٠ فإننا نوجد المميز

★ إذا كان: ب^{2} − ٤أجـ > ٠ فإن إشارة الدالة د تتحدد حسب الشكل التالي:

د(س)	مثل إشارة معامل س^{2}	٠	مخالفة لإشارة معامل س^{2}	٠	مثل إشارة معامل س^{2}
س ∞		م		ل	−∞

★ إذا كان: ب^{2} − ٤أجـ = ٠ فإنه يوجد للمعادلة جذران متساويان، وليكن كل منهما يساوى ل، وتكون إشارة الدالة د كالآتي: مثل إشارة أ عندما س ≠ ل ، د(س) = ٠ عندما س = ل

★ إذا كان: ب^{2} − ٤أجـ < ٠ فإنه لاتوجد جذور حقيقية، وتكون إشارة الدالة د مثل إشارة معامل س^{2}.

---

(٧) حل متباينات الدرجة الثانية في مجهول واحد :

١- نكتب الدالة التربيعية المرتبطة بالمتباينة ص = د(س) فى الصورة العامة.

٢- ندرس اشارة الدالة د المرتبطة بالمتباينة ونوضحها على خط الأعداد.

٣- تحديد مجموعة حل المتباينية طبقًا للفترات التى تحققها.

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه :

(١) إذا كان س = ٣ جذرا للمعادلة :

س^{2} + م س = ٣ فإن : م = ...

(−١ ، <u>−٢</u> ، ٢ ، ١)

∵ س = ٣ ∴ ٩ + ٣م = ٣
٣م = ٣ − ٩ ∴ ٣م = −٦
∴ م = −٢

---

(٢) إذا كانت س = ٥ أحد جذري المعادلة :

س^{2} + أ س − ١٥ = ٠ فإن :

أ تساوي ....

(−٥ ، <u>−٢</u> ، ٣ ، ٥)

∵ س = ٥ ∴ ٢٥ + ٥أ − ١٥ = ٠
٥أ = −١٠ ∴ أ = −٢

---

(٣) إذا كانت س = ٣ − $\sqrt{٢}$ أحد جذري المعادلة

س^{2} − ٦س + جـ = ٠ فإن : جـ = ...

(−٧ ، −٢ ، <u>٧</u> ، ٢)

∵ (٣ − $\sqrt{٢}$)^{2} − ٦ × (٣ − $\sqrt{٢}$) + جـ = ٠
٩ − ٦$\sqrt{٢}$ + ٢ − ١٨ + ٦$\sqrt{٢}$ + جـ = ٠
١١ − ١٨ + جـ = ٠ ∴ −٧ + جـ = ٠
∴ جـ = ٧

---

(٤) أبسط صورة للعدد التخيلي ت^{٧٣} هو: ....

(−١ ، ١ ، −ت ، <u>ت</u>)

---

(٥) أبسط صورة للعدد التخيلي ت$^{-٤٣}$ هو: ....

(−١ ، ١ ، −ت ، <u>ت</u>)

---

(٦) أبسط صورة للعدد التخيلي ت$^{٤ن + ٢٩}$ هو: ....

(−١ ، ١ ، −ت ، <u>ت</u>)

---

(٧) مجموعة حل المعادلة ٣س^{2} + ٢٧ = ٠ هي: ......

({ت ، −ت} ، <u>{٣ت ، −٣ت}</u> ، {−١ ، ١} ، {٢ت ، −٢ت})



٠١١٢٢٤٤٧٤٤٧
٠١٠٩٢٣٦٥٦٥٥

∵ ٣س² = −٢٧ ∴ س² = −٩

∴ س = ± √(٩ × −١) = ± √(٩ت²)

∴ س = ± ٣ت

(٨) أبسط صورة للمقدار: (−٤ت)(−٦ت) تساوي ....

(أ) −٤ (ب) ٦ (ج) −٢٤ (د) ٢٤

(−٤ت) × (−٦ت) = ٢٤ت² = ٢٤ × −١ = −٢٤

(٩) المقدار: √−٨ × √−١٢ في أبسط صورة يساوي ....

(−٤√٦ ، ٤√٦ ، −٢√١٢ ، ٢√٨)

(١٠) أبسط صورة للمقدار: (٢ + ت)(٥ + ت) هي ....

(أ) ٩ + ت (ب) ٩ + ٧ت

(ج) ٢ + ٥ت (د) ٤ + ٢٥ت

(٢ + ت)(٥ + ت) = ١٠ + ٢ت + ٥ت + ت²

= ١٠ + ٧ت + −١ = ٩ + ٧ت

(١١) العدد ٣/ت في أبسط صورة يساوي ....

(−٣ ، ٣ ، −٣ت ، ٣ت)

= ٣/ت × ت/ت = ٣ت/ت² = ٣ت/−١ = −٣ت

(١٢) المقدار: ٢٦/(٣ − ٢ت) في صورة العدد أ + ب ت هو ....

(٤ + ٦ت ، ٦ + ٤ت ، ٦ − ٤ت ، ٤ − ٦ت)

٢٦/(٣ − ٢ت) × (٣ + ٢ت)/(٣ + ٢ت) = ٢٦ × (٣ + ٢ت)/(٩ − ٤ت²) =

٢٦ × (٣ + ٢ت)/(٩ − ٤ × −١) = ٢٦ × (٣ + ٢ت)/(٩ + ٤) =

٢٦ × (٣ + ٢ت)/١٣ = ٢ × (٣ + ٢ت) = ٦ + ٤ت



(١٣) إذا كان: أ = ١ + √٢ ت ، ب = ١ − √٢ ت فإن: أ ب = ...

(أ) −١ (ب) ١ (ج) ٢ (د) ٣

(١ + √٢ت)(١ − √٢ت) = ١ − ٢ت² =

١ − ٢ × −١ = ١ + ٢ = ٣

(١٤) أبسط صورة للمقدار: (١ − ت)⁴ هي ....

(أ) −٤ (ب) ٤ (ج) −٤ت (د) ٤ت

(١ − ت)⁴ = (−٢ت)² = ٤ت² = −٤

(١٥) ت + ت² + ت³ + ت⁴ = ...

(أ) −١ (ب) صفر (ج) ١ (د) ٢

ت + (−١) + (−ت) + ١ = صفر

(١٦) إذا كان: (١ + ت⁴)(١ − ت⁷) = س + ت ص

فإن: س + ص = ...

(٤ ، ٣ ، ٢ ، ١)

(١ + ١)(١ − (−ت)) = س + ت ص

٢ × (١ + ت) = س + ت ص

٢ + ٢ت = س + ت ص

س = ٢ ، ص = ٢ ∴ س + ص = ٤

(١٧) (٢ + ت)(٢ − ت)/(٣ + ٤ت) = س + ت ص فإن:

س + ص = ...

(٣/٥ ، −١/٥ ، −٤/٥ ، ١/٥)

الطرف الأيمن: (٢ + ت)(٢ − ت)/(٣ + ٤ت) = (٤ − ت²)/(٣ + ٤ت)

= ٥/(٣ + ٤ت) بالضرب × المرافق.

∴ ٥/(٣ + ٤ت) × (٣ − ٤ت)/(٣ − ٤ت) = ٥(٣ − ٤ت)/(٩ − ١٦ت²) =

٥(٣ − ٤ت)/٢٥ = ٣/٥ − ٤/٥ ت = س + ت ص

∴ س = ٣/٥ ، ص = −٤/٥ ∴ س + ص = −١/٥

(١٨) (٢س − ٣) + (٣ص + ١) ت = ٧ + ١٠ت

فإن : س + ص = ...

(−٧ ، −٨ ، <u>٨</u> ، ٢)

٢س − ٣ = ٧ ، ٣ص + ١ = ١٠
٢س = ١٠ ، ٣ص = ٩
س = ٥ ، ص = ٣

---

(١٩) (١ + √−١)^{٤} − (١ − √−١)^{٤} = ...

(٣ ، ٤ ، <u>صفر</u> ، −٣)

(١ + ت)^{٤} − (١ − ت)^{٤} = (٢ت)^{٢} − (−٢ت)^{٢} =
٤ت^{٢} − ٤ت^{٢} = صفر

---

(٢٠) (١ − ت)^{١٠} = ...

(١٦ت ، ٣٢ت ، −١٦ت ، <u>−٣٢ت</u>)

(−٢ت)^{٥} = −٣٢ت

---

(٢١) ٣س + س ت − ٢ص + ص ت = ٥ فإن :

س − ص = ...

(صفر ، <u>٢</u> ، −٢ ، −٧)

∴ (٣س − ٢ص) + (س + ص) ت = ٥
٣س − ٢ص = ٥ ⟸ (١)
س + ص = ٠ ⟸ (٢) بضرب (٢) × ٢
والجمع ∴ ٥س = ٥ ومنها س = ١ ،
بالتعويض ص = −١ ∴ س − ص = ٢

---

(٢٢) س^{٢} − ص^{٢} + (س + ص) ت = ٤ت فإن

س − ص = ...

(<u>صفر</u> ، ٤ ، −٤ ، −٢)

س^{٢} − ص^{٢} = ٠ ، س + ص = ٤
∴ (س + ص)(س − ص) = ٠
∴ ٤ (س − ص) = ٠ ∴ س = ص = ٢
∴ س − ص = ٠

---

(٢٣) إذا كان جذرا المعادلة :

س^{٢} + ٤س + ك = ٠ حقيقيين مختلفين فإن :

ك ∈ ....

(<u>]−∞ ، ٤[</u> ،]٤ ، ∞[،]−∞ ، ٤] ، [٤ ، ∞[ )

∵ جذرا المعادلة حقيقيين مختلفين ∴ المميز > ٠
∴ ب^{٢} − ٤أجـ > ٠
∴ ١٦ − ٤ × ١ × ك > ٠ ∴ ١٦ − ٤ك > ٠
∴ −٤ك > −١٦ ومنها ك < ٤
∴ ك ∈]−∞ ، ٤[

---

(٢٤) إذا كان جذرا المعادلة :

ك س^{٢} − ٨س + ١٦ = ٠ مركبين وغير حقيقيين فإن : ك ∈ ....

([١ ، ∞[، <u>]١ ، ∞[</u> ،]−∞ ، ١] ،]−∞ ، ١[ )

∵ جذرا المعادلة مركبين وغير حقيقيين ∴ المميز < ٠
∴ ب^{٢} − ٤أجـ < ٠
∴ ٦٤ − ٤ × ك × ١٦ < ٠ ∴ ٦٤ − ٦٤ك < ٠
∴ −٦٤ك < −٦٤ ومنها ك > ١
∴ ك ∈]١ ، ∞[

---

(٢٥) إذا كانت المعادلة : س^{٢} = ك + ٢ لها جذران حقيقيان مختلفان فإن ك ∈ ....

([−٢ ، ∞[، <u>]−٢ ، ∞[</u> ،]−∞ ، −٢] ،]−∞ ، −٢[ )

نضع المعادلة على الصورة : س^{٢} − ك − ٢ = ٠

∵ جذرا المعادلة حقيقيين مختلفين ∴ المميز > ٠
∴ ب^{٢} − ٤أجـ > ٠
∴ ٠ − ٤ × ١ × (−ك − ٢) > ٠ ∴ ٤ك + ٨ > ٠
∴ ك > −٢ ∴ ك ∈]−٢ ، ∞[

---

(٢٦) يكون جذرا المعادلة : س^{٢} − ٤س + ك = ٠ متساويين إذا كانت : ....

(ك = ١ ، <u>ك = ٤</u> ، ك = ٨ ، ك = ١٦)

يكون جذرا المعادلة متساويين إذا كان المميز = ٠
∴ ١٦ − ٤ × ١ × ك = ٠ ∴ ١٦ − ٤ك = ٠
∴ −٤ك = −١٦ ومنها ك = ٤

---

(٢٧) يكون جذرا المعادلة :

ك س^{٢} − ١٢س + ٩ = ٠ متساويين إذا كانت ....

(ك > ٤ ، ك < ٤ ، <u>ك = ٤</u> ، ك = ٩)

١٤٤ − ٤ × ك × ٩ = ٠ ∴ −٣٦ك = −١٤٤

٠١١٢٢٤٤٧٤٤٧
٠١٠٩٢٣٦٥٦٥٥

(٢٨) جذرا المعادلة : س^{٢} – ٢ $\sqrt{٥}$ س + ١ يكونان ......

(حقيقيين نسبيين ، غير حقيقيين

، حقيقيين متساويين ، حقيقيين وغير نسبيين .)

المميز = ٢٠ – ٤ × ١ × ١ = ١٦ > ٠

∴ الجذران حقيقيان مختلفان .

(٢٩) جذرا المعادلة : س (س – ٢) = ٥ يكونان .....

(حقيقيين نسبيين ، غير حقيقيين

، حقيقيين متساويين ، حقيقيين وغير نسبيين .)

∵ س^{٢} – ٢س = ٥ ∴ س^{٢} – ٢س – ٥ = ٠

المميز = ٤ – ٤ × ١ × –٥ = ٢٤ > ٠

∴ الجذران حقيقيين نسبيين .

(٣٠) جذرا المعادلة : س + $\frac{٩}{س}$ = ٦ يكونان ....

(حقيقيين نسبيين ، غير حقيقيين

، حقيقيين متساويين ، حقيقيين وغير نسبيين .)

بالضرب × س ∴ س^{٢} + ٩ = ٦س

∴ س^{٢} – ٦س + ٩ = ٠

المميز = ٣٦ – ٤ × ١ × ٩ = ٣٦ – ٣٦ = ٠

∴ جذرا المعادلة حقيقيين متساويين .

(٣١) إذا كان أحد جذري المعادلة :

س^{٢} – ٣س + جـ = ٠ ضعف الآخر فإن جـ = ...

(–٤ ، –٢ ، ٢ ، ٤)

نفرض أن الجذران ل ، ٢ل

∴ مجموع الجذرين ٣ل = ٣ ∴ ل = ١

، حاصل ضرب الجذرين = ل × ٢ل = جـ

∴ جـ = ٢

(٣٢) إذا كان أحد جذري المعادلة :

أس^{٢} – ٣س + ٢ = ٠ معكوساً ضربياً للآخر

فإن : أ تساوي ....

(–٤ ، $\frac{١}{٢}$ ، ٢ ، ٣)

∵ أحد الجذرين معكوسا ضربيا للآخر

∴ أ = جـ ومنها أ = ٢

(٣٣) إذا كان أحد جذري المعادلة

س^{٢} – (ب – ٣) س + ٥ = ٠ معكوساً جمعياً

للآخر فإن : ب تساوي ....

(–٥ ، –٣ ، ٣ ، ٥)

∵ أحد الجذرين معكوسا جمعيا للآخر

∴ ب = ٠ ∴ ب – ٣ = ٠ ∴ ب = ٣

(٣٤) في المعادلة : أ س^{٢} + ب س + جـ = ٠ إذا

كان مجموع جذريها = حاصل ضربهما فإن :

ب = ...

(أ ، –أ ، جـ ، –جـ)

(٣٥) إذا كان حاصل ضرب جذري المعادلة :

(ك – ٢) س^{٢} – ٦س + ١٢ = ٠ هو ٣ فإن : ك = ...

(صفر ، ٤ ، ٦ ، ٣٨)

حاصل ضرب الجذرين = $\frac{جـ}{أ}$ = $\frac{١٢}{ك – ٢}$ = ٣

٣ك – ٦ = ١٢ ∴ ٣ك = ١٨ ∴ ك = ٦

(٣٦) إذا كان : ل ، ٢ – ل هما جذرا المعادلة :

س^{٢} – ك س + ٦ = ٠ فإن : ك = ...

(١ ، ٢ ، ٣ ، ٥)

مجموع الجذرين = $\frac{–ب}{أ}$ = ك

∴ ل + ٢ – ل = ك ∴ ك = ٢

(٣٧) إذا كان جذرا المعادلة :

٨س^{٢} – ب س + ٣ = ٠ موجبان والنسبة بينهما

٢ : ٣ فإن قيمة ب = ...

(١٠ ، –١٠ ، $\frac{٥}{٤}$ ، $\frac{–٥}{٤}$)

نفرض أن الجذرين : ٢ل ، ٣ل

، ∵ حاصل ضرب الجذرين = ٦ل^{٢} = $\frac{٣}{٨}$

∴ ل^{٢} = $\frac{١}{١٦}$ ∴ ل = $\frac{١}{٤}$ الحل السالب مرفوض

، ∵ مجموع الجذرين = ٥ل = $\frac{ب}{٨}$ ∴ ل = $\frac{ب}{٤٠}$

وبالتعويض عن ل = $\frac{١}{٤}$ ∴ ب = ١٠

(٣٨) المعادلة التربيعية التي جذراها:
٢ − ٣ت ، ٢ + ٣ت هي ....
(أ) س^{٢} + ٤س + ١٣ = ٠
(ب) س^{٢} − ٤س + ١٣ = ٠
(جـ) س^{٢} + ٤س − ١٣ = ٠
(د) س^{٢} − ٤س − ١٣ = ٠

مجموع الجذرين = ٤ ،
حاصل ضرب الجذرين = ١٣
∴ المعادلة هي: س^{٢} − ٤س + ١٣ = ٠

(٣٩) إذا كان ل ، م هما جذري المعادلة:
س^{٢} − ٨س + ٥ = ٠ فإن المعادلة التي جذراها
$\frac{١}{ل}$ ، $\frac{١}{م}$ هي ....
(أ) س^{٢} − ٨س + ٥ =٠
(ب) ٥س^{٢} − ٨س + ١ = ٠
(جـ) ٥س^{٢} + ٨س + ١ = ٠
(د) س^{٢} + ٨س + ٥ = ٠

من المعادلة المعطاة:
ل + م = ٨ ، ل م = ٥
المعادلة المطلوبة:
مجموع الجذرين = $\frac{١}{ل}$ + $\frac{١}{م}$ = $\frac{ل + م}{ل م}$ = $\frac{٨}{٥}$
حاصل ضرب الجذرين = $\frac{١}{ل}$ × $\frac{١}{م}$ = $\frac{١}{ل م}$ = $\frac{١}{٥}$
∴ المعادلة هي: س^{٢} − $\frac{٨}{٥}$س + $\frac{١}{٥}$ = ٠ × ٥
∴ ٥س^{٢} − ٨س + ١ = ٠

(٤٠) إذا كان $\frac{٢}{ل}$ ، $\frac{٢}{م}$ هما جذري المعادلة:
س^{٢} − ٦س + ٤ = ٠ فإن المعادلة التي جذراها
ل ، م هي ....
(أ) س^{٢} − ٣س + ١ =٠
(ب) ٢س^{٢} − ٦س + ١ = ٠
(جـ) ٢س^{٢} + ٨س + ١ = ٠
(د) س^{٢} + ٣س − ١ = ٠

∵ حاصل ضرب الجذرين = $\frac{٢}{ل}$ × $\frac{٢}{م}$ = ٤
∴ $\frac{٤}{ل م}$ = ٤ ∴ ل م = ١
، مجموع الجذرين = $\frac{٢}{ل}$ + $\frac{٢}{م}$ = ٦
∴ $\frac{٢ل + ٢م}{ل م}$ = ٦ ∴ $\frac{٢ (ل + م)}{١}$ = ٦
∴ ل + م = $\frac{٦}{٢}$ = ٣
، ∵ ل ، م هما جذرا المعادلة
∴ ل + م = ٣ ، ل م = ١
∴ المعادلة المطلوبة هي: س^{٢} − ٣س + ١ = ٠

(٤١) إذا كان ل ، م هما جذري المعادلة:
س^{٢} − ٥س + ٣ = ٠ فإن المعادلة التي جذراها
٢ل ، ٢م هي ....
(أ) س^{٢} − ٣س + ١ =٠
(ب) ٢س^{٢} − ٦س + ١ = ٠
(جـ) س^{٢} − ١٠س + ١٢ = ٠
(د) س^{٢} + ٣س − ١ = ٠

من المعادلة المعطاة:
ل + م = ٥ ، ل م = ٣
المعادلة المطلوبة:
مجموع الجذرين ٢ل + ٢م = ٢ (ل + م) =
٢ × ٥ = ١٠
حاصل ضرب الجذرين = ٢ل × ٢م = ٤ل م =
٤ × ٣ = ١٢
∴ المعادلة هي: س^{٢} − ١٠س + ١٢ = ٠

(٤٢) إذا كان ل ، م هما جذري المعادلة:
س^{٢} − ٣س + ١ = ٠ فإن المعادلة التي جذراها
ل + م ، ل م هي ....
(أ) س^{٢} − ٣س + ١ =٠
(ب) ٢س^{٢} − ٦س + ١ = ٠
(جـ) س^{٢} − ٤س + ٣ = ٠
(د) س^{٢} + ٣س − ١ = ٠

من المعادلة المعطاة :

∵ ل + م = ٣ ، ل م = ١

المعادلة المطلوبة :

مجموع الجذرين = ل + م + ل م = ٣+١ = ٤

حاصل ضرب الجذرين = ل + م × ل م = ٣×١ = ٣

∴ المعادلة هي : س^{٢} − ٤س + ٣ = ٠

(٤٣) المعادلة التربيعية التي كل من جذريها يساوي مربع نظيره من جذري المعادلة : س^{٢} + ٣س − ٥ = ٠ تكون ....

(أ) س^{٢} − ٣س + ١ =٠

(ب) ٢س^{٢} − ٦س + ١ = ٠

(جـ) س^{٢} − ١٠س + ١٢ = ٠

(ء) س^{٢} − ١٩س + ٢٥ = ٠

من المعادلة المعطاة :

ل + م = −٣ ، ل م = −٥

المعادلة المطلوبة : مربع نظيره = ل^{٢} ، م^{٢}

∴ مجموع الجذرين = ل^{٢} + م^{٢} = (ل+م)^{٢} − ٢ل م

= (−٣)^{٢} − ٢ × −٥ = ٩ + ١٠ = ١٩

حاصل ضرب الجذرين = ل^{٢} × م^{٢} = (ل م)^{٢} = (−٥)^{٢} = ٢٥

∴ المعادلة هي : س^{٢} − ١٩س + ٢٥ = ٠

(٤٤) إذا كان الفرق بين جذري المعادلة : ٦س^{٢} −٧س + ١ = جـ هو $\frac{١١}{٦}$ فإن قيمة جـ = ...

(٤ ، ٢ ، −٤ ، −٢)

من المعادلة المعطاة :

∵ ٦س^{٢} − ٧س + ١ − جـ = ٠

ل + م = $\frac{٧}{٦}$ ⟸ (١) ، ل م = $\frac{١ - جـ}{٦}$ ⟸ (٢) ،

ل − م = $\frac{١١}{٦}$ ⟸ (٣)

بجمع (١) ، (٣) ∴ ٢ل = $\frac{١٨}{٦}$ = ٣ ∴ ل = $\frac{٣}{٢}$

وبالتعويض في (١) ∴ م = $\frac{٧}{٦}$ − $\frac{٩}{٦}$ = $\frac{-١}{٣}$

∴ ل م = $\frac{٣}{٢}$ × $\frac{-١}{٣}$ = $\frac{-١}{٢}$ وبالتعويض في (٢)

∴ − $\frac{١}{٢}$ = $\frac{١ - جـ}{٦}$ ∴ جـ = ٤

(٤٥) إشارة الدالة د حيث د (س) = ٦ − ٢س تكون موجبة إذا كانت : ....

(س < ٣ ، س ⩽ ٣ ، س > ٣ ، س ⩾ ٣)

∵ ٦ − ٢س = ٠ ∴ −٢س = −٦

∴ س = ٣

∴ الدالة موجبة عندما س < ٣

د (س) : ∞ ، − − − − − − − − ، (٣) صفر ، + + + + + + + ، −∞

(٤٦) الدالة د : [−٤ ، ٧] ⟵ ع حيث د (س) = ٦ − ٢س تكون إشارتها موجبة في الفترة : ....

([−٤ ، ٣[،]٣ ، ٧] ، [−٤ ، ٧] ،]٣ ، ٧])

∵ ٦ − ٢س = ٠ ∴ −٢س = −٦

∴ س = ٣

د (س) : ٧ ، − − − − − − − − ، (٣) صفر ، + + + + + + + ، −٤

(٤٧) الدالة د : د (س) = −٤ تكون سالبة في الفترة : ....

( ]−∞ ، ٤[،]−٤ ، ٤[،]−∞ ، ∞[،]−٢ ، ٢[ )

(٤٨) الدالة د : د (س) = ٥س − ٣ تكون موجبة عندما ....

(س > $\frac{٣}{٥}$ ، س < $\frac{٣}{٥}$ ، س > $\frac{٥}{٣}$ ، س < $\frac{-٥}{٣}$)

(٤٩) الدالة د : د (س) = أ لها إشارة .... دائماً

(موجبة ، سالبة ، س ، أ)

(٥٠) إذا كانت : د (س) = ٣س فإن : إشارة الدالة تكون سالبة في الفترة : ....

( ]−∞ ، ٣[،]٣ ، ∞[،]−∞ ، ٠[،]−٣ ، ∞[ )

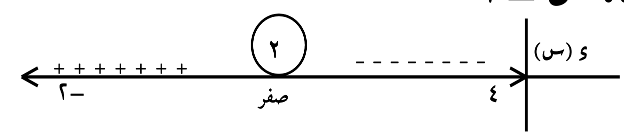
∵ ٣س = ٠ ∴ س = صفر

د (س) : ∞ ، + + + + + + + ، (صفر) صفر ، − − − − − − − − ، −∞

أ / علاء محمد الطاهر
٠١١٢٢٤٤٧٤٤٧
٠١٠٩٢٣٦٥٦٥٥

(٥١) الدالة د : [–٢ ، ٤] ⟵ ح حيث
د (س) = ٢ – س تكون إشارتها موجبة في الفترة : ....
([–٢ ، ٢[، [–٢ ، ٢] ، [٢ ، ٤] ،]٢ ، ٤])

∵ ٢ – س = ٠ ∴ – س = –٢
∴ س = ٢



---

(٥٢) الدالة د : د (س) = س^{٢} – ٩ سالبة لكل
س ∈ ....
(ح – [–٣ ، ٣] ،]–٣ ، ٣[،]–∞ ، –٩[،
]–∞ ، –٣[ )

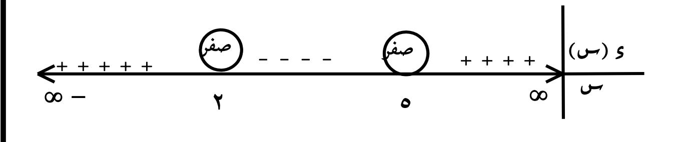
---

(٥٣) إذا كانت الدالة د :
د (س) = أ س^{٢} + ب س + جـ وكانت :
أ > ٠ وجذرا د (س) = ٠ هما ٢ ، –٥ فإن الدالة
د تكون موجبة في الفترة ....
({–٥ ، ٢} ، ح –]–٥ ، ٢[،]–٥ ، ٢[، [–٥
، –∞ [ )

---

(٥٤) مجموعة حل المتباينة :
(س – ٢) (س – ٥) < ٠ في ح هي ....
({٢ ، ٥} ،]٢ ، ٥[، [٢ ، ٥] ، ح –]٢ ، ٥[ )

∵ (س – ٢) (س – ٥) = ٠
∴ س = ٢ أو س = ٥



∴ م.ح =]٢ ، ٥[

(٥٥) مجموعة حل المتباينة :
– س (س + ٢) ⩾ ٠ في ح هي ....
({٠ ، –٢} ، [–٢ ، ٠] ،]–٢ ، ٠[، ح – [–٢ ، ٠])

---

(٥٦) مجموعة حل المتباينة : س (س – ١) > ٠
في ح هي ....
({٠ ، ١} ،]٠ ، ١[، [٠ ، ١] ، ح –]٠ ، ١[ )

---

(٥٧) مجموعة حل المتباينة : س^{٢} + ٩ > ٠ في ح
هي ....
(∅ ، ح ،]–٣ ، ٣[، ح – [–٣ ، ٣])

---

(٥٨) مجموعة حل المتباينة : س^{٢} + ١ ⩽ ٠ في ح
هي ....
(∅ ، ح ، [–١ ، ١] ، ح –]–١ ، ١[ )

---

(٥٩) مجموعة حل المتباينة :
س^{٢} + س – ٢ < ٠ في ح هي ....
( ]–٢ ، ١[، [–٢ ، ١] ، ح – [–٢ ، ١] ، ح –]–٢ ، ١[ )

∵ د (س) = س^{٢} + س – ٢
∴ س^{٢} + س – ٢ = ٠
∴ (س + ٢) (س – ١) = ٠
∴ س = –٢ أ، س = ١

ملخص حساب المثلثات :

(١) إذا كان القياس الموجب للزاوية الموجهة $= \theta$

فإن القياس السالب لنفس الزاوية $= \theta -$ ٣٦٠°

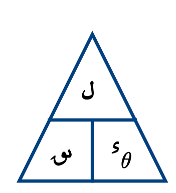
(٢) إذا كان القياس السالب للزاوية الموجهة $= - \theta$

فإن القياس الموجب لنفس الزاوية $= - \theta +$ ٣٦٠°

---

(٣) القياس الدائري والقياس الستيني :

$\theta^{د} = \frac{ل}{نق}$ ومنها $ل = \theta^{د}$ نق ، $نق = \frac{ل}{\theta^{د}}$



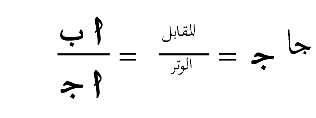
(٤) العلاقة بين القياس الستيني والقياس الدائري لزاوية :

$\frac{س°}{١٨٠°} = \frac{\theta^{د}}{\pi}$ ومنها ⟸

$\theta^{د} = س° \times \frac{\pi}{١٨٠°}$ أو $س° = \theta^{د} \times \frac{١٨٠°}{\pi}$

---

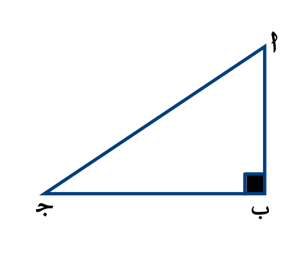
(٥) الدوال المثلثية الأساسية :



جا ج $= \frac{المقابل}{الوتر} = \frac{أ ب}{أ ج}$

جتا ج $= \frac{المجاور}{الوتر} = \frac{ب ج}{أ ج}$

ظا ج $= \frac{المجاور}{المقابل} = \frac{أ ب}{ب ج}$

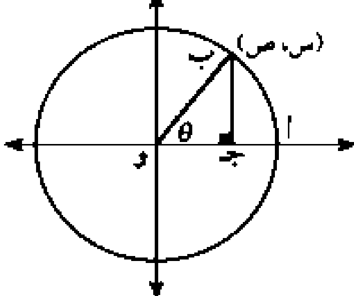


(٦) مقلوبات الدوال الأساسية :

(١) قاطع الزاوية $\theta =$ قا $\theta = \frac{١}{س} = \frac{١}{جتا \theta}$

(٢) قاطع تمام الزاوية $\theta =$ قتا $\theta = \frac{١}{ص} = \frac{١}{جا \theta}$

(٣) ظل تمام الزاوية $\theta =$ ظتا $\theta = \frac{س}{ص} = \frac{١}{ظا \theta}$



(٦) دائرة الوحدة :

$س^٢ + ص^٢ = ١$

---

(٧) إشارات الدوال المثلثية :

الربع الذي يقع فيه الضلع النهائي للزاوية	الفترة التي يقع فيها قياس الزاوية	جا ، قتا	جتا ، قا	ظا ، ظتا
الأول	$]٠ ، \frac{\pi}{٢}[$	+	+	+
الثاني	$]\frac{\pi}{٢} ، \pi[$	+	−	−
الثالث	$]\pi ، \frac{٣\pi}{٢}[$	−	−	+
الرابع	$]\frac{٣\pi}{٢} ، ٢\pi[$	−	+	−

---

(٨) الدوال المثلثية لبعض الزوايا الخاصة :

الزاوية / النسبة	٣٠°	٦٠°	٤٥°
جا	$\frac{١}{٢}$	$\frac{\sqrt{٣}}{٢}$	$\frac{١}{\sqrt{٢}}$
جتا	$\frac{\sqrt{٣}}{٢}$	$\frac{١}{٢}$	$\frac{١}{\sqrt{٢}}$
ظا	$\frac{١}{\sqrt{٣}}$	$\sqrt{٣}$	١

---

(٩) الدوال المثلثية لبعض الزوايا الربعية :

الزاوية / النسبة	٠° أو ٣٦٠°	٩٠°	١٨٠°	٢٧٠°
جا	٠	١	٠	−١
جتا	١	٠	−١	٠
ظا	٠	غير معرف	٠	غير معرف
	(١ ، ٠)	(٠ ، ١)	(−١ ، ٠)	(٠ ، −١)

أ / علاء محمد الطاهر

٠١١٢٢٤٤٧٤٤٧
٠١٠٩٢٣٦٥٦٥٥

(١٠) الزوايا المنتسبة :

أولاً: $(١٨٠° - \theta)$

جا $(١٨٠° - \theta)$ = جا θ ، قتا $(١٨٠° - \theta)$ = قتا θ
جتا $(١٨٠° - \theta)$ = - جتا θ ، قا $(١٨٠° - \theta)$ = - قا θ
ظا $(١٨٠° - \theta)$ = - ظا θ ، ظتا $(١٨٠° - \theta)$ = - ظتا θ

ثانيًا: $(١٨٠° + \theta)$

جا $(١٨٠° + \theta)$ = - جا θ ، قتا $(١٨٠° + \theta)$ = - قتا θ
جتا $(١٨٠° + \theta)$ = - جتا θ ، قا $(١٨٠° + \theta)$ = - قا θ
ظا $(١٨٠° + \theta)$ = ظا θ ، ظتا $(١٨٠° + \theta)$ = ظتا θ

ثالثًا: $(٣٦٠° - \theta)$

جا $(٣٦٠° - \theta)$ = - جا θ ، قتا $(٣٦٠° - \theta)$ = - قتا θ
جتا $(٣٦٠° - \theta)$ = جتا θ ، قا $(٣٦٠° - \theta)$ = قا θ
ظا $(٣٦٠° - \theta)$ = - ظا θ ، ظتا $(٣٦٠° - \theta)$ = - ظتا θ

رابعًا: $(٩٠° - \theta)$

جا $(٩٠° - \theta)$ = جتا θ ، قتا $(٩٠° - \theta)$ = قا θ
جتا $(٩٠° - \theta)$ = جا θ ، قا $(٩٠° - \theta)$ = قتا θ
ظا $(٩٠° - \theta)$ = ظتا θ ، ظتا $(٩٠° - \theta)$ = ظا θ

خامسًا: $(٩٠° + \theta)$

جا $(٩٠° + \theta)$ = جتا θ ، قتا $(٩٠° + \theta)$ = قا θ
جتا $(٩٠° + \theta)$ = - جا θ ، قا $(٩٠° + \theta)$ = - قتا θ
ظا $(٩٠° + \theta)$ = - ظتا θ ، ظتا $(٩٠° + \theta)$ = - ظا θ

سادسًا: $(٢٧٠° - \theta)$

جا $(٢٧٠° - \theta)$ = - جتا θ ، قتا $(٢٧٠° - \theta)$ = - قا θ
جتا $(٢٧٠° - \theta)$ = - جا θ ، قا $(٢٧٠° - \theta)$ = - قتا θ
ظا $(٢٧٠° - \theta)$ = ظتا θ ، ظتا $(٢٧٠° - \theta)$ = ظا θ

سابعًا: $(٢٧٠° + \theta)$

جا $(٢٧٠° + \theta)$ = - جتا θ ، قتا $(٢٧٠° + \theta)$ = - قا θ
جتا $(٢٧٠° + \theta)$ = جا θ ، قا $(٢٧٠° + \theta)$ = قتا θ
ظا $(٢٧٠° + \theta)$ = - ظتا θ ، ظتا $(٢٧٠° + \theta)$ = - ظا θ

(١١) الحل العام للمعادلات المثلثية :

(١) عندما جا α = جتا β فإن :

$$\alpha \pm \beta = \frac{\pi}{٢} + ٢\pi ن$$

(٢) عندما قتا α = قا β فإن :

$$\alpha \pm \beta = \frac{\pi}{٢} + ٢\pi ن$$

(٣) عندما ظا α = ظتا β فإن :

$$\alpha + \beta = \frac{\pi}{٢} + \pi ن$$

(١٢) خواص كل من دالة الجيب ودالة جيب التمام

الخاصية	دالة الجيب د(θ) = جا θ
المجال والمدى	المجال هو]-∞، ∞[، المدى هو [-١، ١]
القيمة العظمى	تساوي ١ عند س = $\frac{\pi}{٢}$ + ٢ن π ، ن ∈ ص
القيمة الصغرى	تساوي -١ عند π = $\frac{٣\pi}{٢}$ + ٢ن π ، ن ∈ ص

دالة جيب التمام د(θ) = جتا θ
المجال هو]-∞، ∞[، المدى هو [-١، ١]
تساوي ١ عند س = ± ٢ ن π ، ن ∈ ص
تساوي -١ عند س = π ± ن π ، ن ∈ ص



اختر الإجابة الصحيحة :

(١) الزاوية التي قياسها ٦٠° في الوضع القياسي تكافئ الزاوية التي قياسها : ....

(أ) ١٢٠° (ب) ٢٤٠° (ج) ٣٠٠° (د) ٤٢٠°

$٤٢٠^\circ - ٣٦٠^\circ = ٦٠^\circ$

(٢) الزاوية التي قياسها ٥٨٥° في الوضع القياسي تكافئ الزاوية التي قياسها : ....

(أ) ١٣٠° (ب) -١٣٠° (ج) ٢٢٥° (د) -٢٣٠°

$٥٨٥^\circ - ٣٦٠^\circ = ٢٢٥^\circ$

(٣) الزاوية التي قياسها (-٨٥٠°) تقع في الربع : ......

(أ) الأول (ب) الثاني

(ج) الثالث (د) الرابع

$(-٨٥٠^\circ) + ١٠٨٠^\circ = ٢٣٠^\circ$ ∴ تقع في الربع الثالث

(٤) الربع الذي تقع فيهالزاوية التي قياسها ١٦٧٠° هو ....

(أ) الأول (ب) الثاني

(ج) الثالث (د) الرابع

$١٦٧٠^\circ - ١٤٤٠^\circ = ٢٣٠^\circ$ ∴ تقع في الربع الثالث

(٥) الزاوية التي قياسها (-٩٣٠°) تقع في الربع : ....

(أ) الأول (ب) الثاني

(ج) الثالث (د) الرابع

$(-٩٣٠^\circ) + ١٠٨٠^\circ = ١٥٠^\circ$ ∴ تقع في الربع الثاني

(٦) الزاوية التي قياسها $\frac{٣١\pi}{٦}$ تقع في الربع : ....

(أ) الأول (ب) الثاني

(ج) الثالث (د) الرابع

$\frac{٣١ \times ١٨٠^\circ}{٦} = ٩٣٠^\circ$

$٩٣٠^\circ - ٧٢٠^\circ = ٢١٠^\circ$ ∴ تقع في الربع الثالث

(٧) الزاوية التي قياسها $\frac{-٩\pi}{٤}$ تقع في الربع : ....

(أ) الأول (ب) الثاني

(ج) الثالث (د) الرابع

$\frac{-٩ \times ١٨٠^\circ}{٤} = -٤٠٥^\circ$

$(-٤٠٥^\circ) + ٧٢٠^\circ = ٣١٥^\circ$ ∴ تقع في الربع الرابع

(٨) إذا كان مجموع قياسات زوايا أي مضلع منتظم تساوي ١٨٠° (ن − ٢) حيث ن عدد الأضلاع ، فإن زاوية المخمس المنتظم بالقياس الدائري تساوي : ....

(أ) $\frac{\pi}{٣}$ (ب) $\frac{٧\pi}{٢}$ (ج) $\frac{٣\pi}{٥}$ (د) $\frac{٢\pi}{٣}$

(٩) الزاوية التي قياسها $\frac{٧\pi}{٣}$ قياسها الستيني يساوي ....

(أ) ١٠٥° (ب) ٢١٠° (ج) ٤٢٠° (د) ٨٤٠°

(١٠) إذا كان القياس الستيني لزاوية هو $٤٣^\circ ١٢'$ فإن قياسها الدائري يساوي : ....

(أ) ٠,٢٤ ء (ب) ٠,٣٦ ء (ج) $٠,٢٤\pi$ (د) $٠,٣٦\pi$

(١١) القياس الدائري للزاوية التي قياسها الستيني ٢٤٠° يساوي ......

(أ) $\frac{٤}{٣}\pi$ (ب) $\frac{٣}{٤}\pi$ (ج) $\frac{٢}{٣}\pi$ (د) $\frac{٣}{٢}\pi$

$\theta^{ء} = س^\circ \times \frac{\pi}{١٨٠^\circ} = ٢٤٠^\circ \times \frac{\pi}{١٨٠^\circ} = \frac{٤}{٣}\pi$

(١٢) طول القوس في دائرة طول قطرها ٢٤ سم ويقابل زاوية مركزية قياسها ٣٠° يساوي : ....

(أ) ٢π سم (ب) ٣π سم (ج) ٤π سم

(د) ٥π سم

∵ $\theta^{ء} = ٣٠^\circ \times \frac{\pi}{١٨٠^\circ} = \frac{\pi}{٦}$

ل $= \theta^{ء} \times$ نق $= \frac{\pi}{٦} \times ١٢ = ٢\pi$ سم

(١٣) القوس الذي طوله ٥π سم في دائرة طول نصف قطرها ١٥ سم يقابل زاوية مركزية قياسها يساوي : ....

(أ) ٣٠° (ب) ٦٠° (ج) ٩٠° (د) ١٨٠°

$\theta^{ء} = \frac{ل}{نق} = \frac{٥\pi}{١٥} = \frac{\pi}{٣}$ ∴ $س^\circ = \frac{\pi}{٣} \times \frac{١٨٠^\circ}{\pi}$

(١٤) القوس الذي يقابل زاوية مركزية قياسها $\frac{\pi}{٣}$ في دائرة طول نصف قطرها ٦ سم طوله يساوي .... سم

(أ) $\frac{٣\pi}{٢}$ (ب) ٢π (ج) ٣π (د) $\frac{٥\pi}{٢}$

$ل = \theta^{ء} \times نق = \frac{\pi}{٣} \times ٦ = ٢\pi$ سم

(١٥) قياس الزاوية المركزية التي تقابل قوساً طوله π سم في دائرة طول قطرها ٨ سم يساوي ....

(أ) $\frac{\pi}{٣}$ (ب) $\frac{\pi}{٤}$ (ج) $\frac{٢\pi}{٣}$ (د) ٢π

(١٦) إذا كان قياس إحدى زوايا مثلث ٧٥° وقياس زاوية أخرى فيه $\frac{\pi}{٤}$ فإن القياس الدائري للزاوية الثالثة يساوي : ....

(أ) $\frac{\pi}{٦}$ (ب) $\frac{\pi}{٤}$ (ج) $\frac{\pi}{٣}$ (د) $\frac{٥\pi}{١٢}$

(١٧) القياس الدائري لزاوية مركزية تحصر قوساً طوله ٣ سم من دائرة طول قطرها ٤ سم هو : ....

(أ) $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{ء}$ (ب) $\left(\frac{٣}{٢}\right)^{ء}$ (ج) $٥^{ء}$ (د) $٦^{ء}$

(١٨) القوس الذي طوله ١٠π سم في دائرة طول نصف قطرها ١٠ سم يقابل زاوية مركزية قياسها يساوي : ....

(أ) $\frac{٢\pi}{٣}$ (ب) $\frac{٣\pi}{٢}$ (ج) $\frac{٤\pi}{٣}$ (د) $\frac{٥\pi}{٣}$

(١٩) إذا كان قياس زاويتين من مثلث هما $\frac{\pi}{٤}$ ، $\frac{٥\pi}{١٢}$ فإن قياس الزاوية الثالثة يساوي : ....

(أ) $\frac{\pi}{٦}$ (ب) $\frac{\pi}{٥}$ (ج) $\frac{\pi}{٣}$ (د) $\frac{\pi}{٢}$

(٢٠) إذا كان θ قياس زاوية في الوضع القياسي وضلعها النهائي يقطع دائرة الوحدة في النقطة $\left(\frac{١}{٢} ، \frac{\sqrt{٣}}{٢}\right)$ فإن : حا θ تساوي ....

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ (ج) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ (د) $\frac{٢}{\sqrt{٣}}$

(٢١) إذا كانت جا $\theta = \frac{١}{٢}$ حيث θ قياس زاوية حادة فإن θ تساوي ....

(أ) ٣٠° (ب) ٤٥° (ج) ٦٠° (د) ٩٠°

(٢٢) إذا كانت حا $\theta = -١$ ، حتا $\theta = ٠$ فإن θ تساوي ....

(أ) $\frac{\pi}{٢}$ (ب) π (ج) $\frac{٣\pi}{٢}$ (د) ٢π

(٢٣) إذا كانت قتا $\theta = ٢$ حيث θ قياس زاوية حادة فإن θ تساوي ....

(أ) ١٥° (ب) ٣٠° (ج) ٤٥° (د) ٦٠°

(٢٤) إذا كانت جتا $\theta = \frac{١}{٢}$ ، جا $\theta = \frac{\sqrt{٣}}{٢}$ فإن θ تساوي ....

(أ) $\frac{\pi}{٣}$ (ب) $\frac{٥\pi}{٦}$ (ج) $\frac{٥\pi}{٣}$ (د) $\frac{١١\pi}{٦}$

(٢٥) إذا كانت ظا $\theta = ١$ حيث θ زاوية حادة فإن θ تساوي ....

(أ) ١٠° (ب) ٣٠° (ج) ٤٥° (د) ٦٠°

(٢٦) ظا ٤٥° + ظتا ٤٥° − قا ٦٠° تساوي ....

(أ) صفر (ب) $\frac{١}{٢}$ (ج) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ (د) ١

$١ + ١ - ٢ =$ صفر

(٢٧) إذا كانت جتا $\theta = \frac{\sqrt{٣}}{٢}$ حيث θ قياس زاوية حادة فإن حا θ تساوي ....

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ (ج) $\frac{٢}{\sqrt{٣}}$ (د) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

(٢٨) إذا كانت θ زاوية حادة موجبة حيث ٢ جتا $\theta = \sqrt{٣}$ فإن : جا ٣ θ = ...

(أ) صفر (ب) $\frac{١}{٢}$ (ج) $\frac{٣}{٢}$ (د) ١



(٢٩) إذا كانت θ قياس زاوية مرسومة في الوضع القياسي بحيث جتا θ > ٠ في أي ربع يقع الضلع النهائي لهذه الزاوية ....

(أ) الأول (ب) الأول أو الثاني

(جـ) الأول أو الثالث (ى) الأول أو الرابع

---

(٣٠) جتا $\frac{\pi}{2}$ جتا ٠ + جا $\frac{3\pi}{2}$ جا $\frac{\pi}{2}$ = ...

(أ) −١ (ب) ١ (جـ) ٢ (ى) ٢

جتا ٩٠° × جتا ٠° + جا ٢٧٠° × جا ٩٠°

= ٠ × ١ + (−١) × ١ = −١

---

(٣١) قا $\frac{\pi}{6}$ ظا $\frac{\pi}{3}$ − ظتا $\frac{\pi}{3}$ جتا $\frac{\pi}{6}$ = ...

(أ) صفر (ب) $\frac{1}{2}$ (جـ) $\frac{3}{2}$ (ى) ١

قا ٣٠° × ظا ٦٠° − ظتا ٦٠° × جتا ٣٠°

= $\frac{2}{\sqrt{3}} \times \sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

---

(٣٢) إذا كان س جا^2 $\frac{\pi}{4}$ جتا π = ظا^2 $\frac{\pi}{3}$ جا $\frac{3\pi}{2}$

فإن قيمة س = ...

(أ) صفر (ب) ٦ (جـ) −٦ (ى) ١

س جا^2 ٤٥° جتا ١٨٠° = ظا^2 ٦٠° جا ٢٧٠°

س × $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$ × (−١) = $(\sqrt{3})^2$ × (−١)

∴ −$\frac{1}{2}$ س = −٣ ∴ س = ٦

---

(٣٣) س جا $\frac{\pi}{4}$ جتا $\frac{\pi}{4}$ ظتا $\frac{\pi}{6}$ = ظا^2 $\frac{\pi}{4}$ − جتا^2 $\frac{\pi}{3}$

فإن : س = ...

(أ) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (ب) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (جـ) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ (ى) $\frac{-1}{\sqrt{2}}$

س جا ٤٥° جتا ٤٥° ظتا ٣٠° = ظا^2 ٤٥° − جتا^2 ٦٠°

س × $\frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times \sqrt{3} = (1)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2$

∴ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ س = $\frac{3}{4}$ ∴ س = $\frac{\sqrt{3}}{2}$

---

(٣٤) إذا كانت : $\theta \in \left]0 , \frac{\pi}{2}\right[$ ، جتا θ = $\frac{3}{5}$ فإن :

قتا θ جا θ − ظا θ قتا θ = ...

(أ) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (ب) $\frac{1}{2}$ (جـ) $-\frac{2}{3}$ (ى) ١

نفرض أن ب = (س ، ص)

∵ س = جتا θ = $\frac{3}{5}$ ، ص = جا θ ، ص > ٠

∵ س^2 + ص^2 = ١

∴ $\frac{9}{25}$ + ص^2 = ١ ∴ ص^2 = $\frac{16}{25}$

∴ ص = $\frac{4}{5}$ ∴ ب = $\left(\frac{3}{5} ، \frac{4}{5}\right)$

∴ قتا θ = $\frac{5}{4}$ ، ظا θ = $\frac{4}{3}$

∴ قتا θ جا θ − ظا θ قتا θ = ١ − $\frac{4}{3} \times \frac{5}{4}$ =

١ − $\frac{5}{3}$ = $-\frac{2}{3}$

---

(٣٥) إذا كانت : $\theta \in \left]\frac{\pi}{2} ، \pi\right[$ ، جا θ = $\frac{12}{13}$ فإن :

قتا θ جا θ − ظا θ ظتا θ + جتا^2 θ = ...

(أ) $\frac{25}{169}$ (ب) $\frac{144}{169}$ (جـ) $\frac{25}{144}$ (ى) $\frac{169}{25}$

نفرض أن ب = (س ، ص)

∵ ص = جا θ = $\frac{12}{13}$ ، س = جتا θ ، س < ٠

∵ س^2 + ص^2 = ١

∴ س^2 + $\frac{144}{169}$ = ١ ∴ س^2 = $\frac{25}{169}$

∴ س = $-\frac{5}{13}$ ∴ ب = $\left(-\frac{5}{13} ، \frac{12}{13}\right)$

∴ قتا θ جا θ − ظا θ ظتا θ + جتا^2 θ =

١ − ١ + $\frac{25}{169}$ = $\frac{25}{169}$

(٣٦) إذا كانت: $\theta \in]\frac{3\pi}{2}, 2\pi[$ ، جا $\theta = \frac{-24}{25}$

فإن: جا θ − قتا θ ظا θ = ...

(أ) $\frac{49}{625}$ (ب) $\frac{49}{175}$ (جـ) $\frac{-49}{175}$ (ء) $\frac{-576}{175}$

نفرض أن ب = (س ، ص)

∵ ص = جا $\theta = \frac{-24}{25}$ ، س = جتا θ ، س > ٠

∵ س^2 + ص^2 = ١

∴ س^2 + $\frac{576}{625}$ = ١ ∴ س^2 = $\frac{49}{625}$

∴ س = $\frac{7}{25}$ ∴ ب = ($\frac{7}{25}$ ، $\frac{-24}{25}$)

∴ جا θ − قتا θ ظا θ = $\frac{-24}{25} - \left(-\frac{25}{24}\right) \times \frac{-24}{7}$

= $\frac{-576}{175}$

(٣٧) إذا كانت ظا (١٨٠° + θ) = ١ حيث θ قياس أصغر زاوية موجبة فإن قياس θ يساوي ....

(أ) ٤٥° (ب) ٣٠° (جـ) ٦٠° (ء) ١٣٥°

ظا (١٨٠° + θ) = ١ = ظا θ = ١

∵ ظا ٤٥° موجبة في الربع الأول وتساوي ٤٥° والربع الثالث وتساوي ٢٢٥° ، θ قياس أصغر زاوية موجبة

∴ θ = ٤٥°

(٣٨) إذا كانت جتا ٢θ = جا θ حيث $\theta \in]0, \frac{\pi}{2}[$

فإن جتا ٢θ تساوي ....

(أ) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (ب) $\frac{1}{2}$ (جـ) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (ء) ١

∵ (٢θ + θ) = ٩٠ ∴ ٣θ = ٩٠ ∴ θ = ٣٠

∴ جتا ٢θ = جتا ٦٠° = $\frac{1}{2}$

(٣٩) إذا كان جا α = جتا β حيث α ، β زاويتان حادتان فإن ظا (α + β) تساوي ....

(أ) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (ب) ١ (جـ) $\sqrt{3}$ (ء) غير معروف

(٤٠) إذا كان جا ٢θ = جتا ٤θ حيث θ زاوية حادة موجبة فإن: ظا (٩٠° − ٣θ) تساوي ....

(أ) −١ (ب) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (جـ) ١ (ء) $\sqrt{3}$

∵ (٢θ + ٤θ) = ٩٠ ∴ ٦θ = ٩٠

∴ θ = ١٥ ∴ ظا (٩٠° − ٣ × ١٥)

= ظا ٤٥° = ١

(٤١) إذا كان جتا (٢٧٠° − θ) = $\frac{1}{2}$ حيث θ قياس أصغر زاوية موجبة فإن قياس θ يساوي ....

(أ) ٣٠° (ب) ١٥٠°
(جـ) ٢١٠° (ء) ٣٣٠°

(٤٢) إذا كان ٢ جتا θ = $\sqrt{3}$ ، $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ فإن:

ق ($\angle \theta$) يساوي ....

(أ) $\frac{\pi}{3}$ (ب) $\frac{6\pi}{7}$ (جـ) $\frac{4\pi}{3}$ (ء) $\frac{7\pi}{6}$

(٤٣) إذا كانت: ظا (θ) = ظتا (٢θ) حيث: θ زاوية حادة فإن: جا θ + جتا ٢θ = ...

(أ) ١ (ب) − ١ (جـ) −١ (ء) $\frac{1}{4}$

∵ (θ + ٢θ) = ٩٠ ∴ ٣θ = ٩٠

∴ θ = ٣٠ ∴ جا θ + جتا ٢θ = ١

(٤٤) جتا $\left(\frac{\theta + 20°}{2}\right)$ = جا $\left(\frac{\theta + 40°}{2}\right)$ = ...

(أ) ٣٠° (ب) ٦٠° (جـ) ٤٥° (ء) ١٥°

(٤٥) ظا (θ + ٢٠°) = ظتا (٣θ + ٣٠°) = ...

(أ) ٣٠° (ب) ٦٠° (جـ) ٤٥° (ء) ١٠°

(٤٦) القيمة الصغرى للدالة ء : حيث ء (θ) = ٣ جتا (٢θ) هي ....

(أ) −٦ (ب) −٣ (جـ) −٢ (ء) −١



(٤٧) مدى الدالة د : $د(\theta) = ٣ \text{ جتا } \theta$ هو ....

(أ) [−٣ ، ٣] (ب) [٠ ، ٣]

(ج) [−١ ، ١] (د) [٠ ، ١]

(٤٨) مدى الدالة د : $د(\theta) = ٣ \text{ جا } ٢\theta$ هو ....

(أ) [−٢ ، ٢] (ب) [−٢ ، ٢]

(ج) [−٣ ، ٣] (د) [−٣ ، ٣]

(٤٩) القيمة العظمى للدالة د : $د(\theta) = ٤ \text{ جا } ٢\theta$ هي ....

(أ) ٤ (ب) −٤ (ج) ٢ (د) −٢

(٥٠) إذا كان: $\theta = \text{جا}^{-1} \frac{\sqrt{٣}}{٢}$ فإن: $\theta =$ ....

(أ) ٦٠° (ب) ١٢٠°

(ج) ٢٤٠° (د) ٣٠٠°

(٥١) إذا كان: $\text{ظا } \theta = -\frac{١}{\sqrt{٣}}$ ، $٩٠ < \theta < ١٨٠$ فإن:

$\theta =$ ....

(أ) ٣٠° (ب) ١٢٠°

(ج) ١٥٠° (د) ٢١٠°

(٥٢) إذا كان: $\text{قتا } \theta = -٢$ ، $٢٧٠ < \theta < ٣٦٠$ فإن:

$\theta =$ ....

(أ) ٣٠° (ب) ٣٠٠°

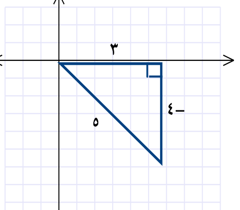
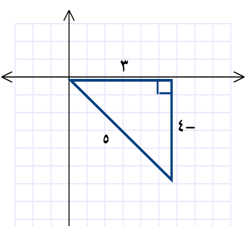
(ج) ٣٣٠° (د) ١٥٠°

(٥٣) إذا كان: $\text{جتا } \theta = \frac{٣}{٥}$ حيث: $٢٧٠° < \theta < ٣٦٠°$ فإن قيمة المقدار:

$\text{جا}(١٨٠° - \theta) + \text{ظا}(٩٠° - \theta) - \text{ظا}(٢٧٠° - \theta)$

= ....

(أ) $\frac{٤}{٣}$ (ب) $\frac{٤}{٥}$ (ج) $\frac{-٤}{٥}$ (د) $\frac{-٣}{٥}$

∵ $\text{جتا } \theta = \frac{٣}{٥}$

، ∵ $٢٧٠° < \theta < ٣٦٠°$

∴ θ تقع في الربع الرابع



∴

$\text{جا}(١٨٠° - \theta) + \text{ظا}(٩٠° - \theta) - \text{ظا}(٢٧٠° - \theta)$

$= \text{جا } \theta + \text{ظتا } \theta - \text{ظتا } \theta = \text{جا } \theta = \frac{-٤}{٥}$

ملخص الهندسة المستوية :

تشابه المثلثات :

الحالة الأولى : زاويتان :

إذا كان ∠ أ ≡ ∠ د ، ∠ ب ≡ ∠ هـ

فإن: Δ أ ب جـ ∼ Δ د هـ و

نتيجة ١:

إذا كان $\overleftrightarrow{د هـ}$ // $\overline{ب جـ}$ فإن: Δ أ د هـ ∼ Δ أ ب جـ

نتيجة ٢:

Δ د ب أ ∼ Δ د أ جـ ∼ Δ أ ب جـ

أو: $(أب)^٢ = ب د \times ب جـ$

$(أجـ)^٢ = جـ د \times جـ ب$

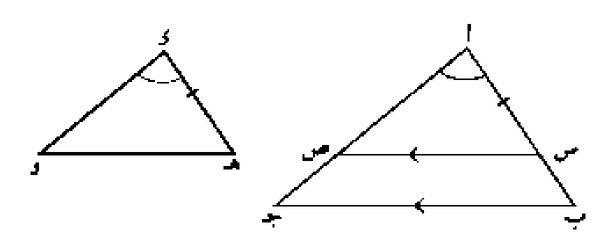
$(أد)^٢ = ب د \times د جـ$

$أد = \frac{أ ب \times أ جـ}{ب جـ}$

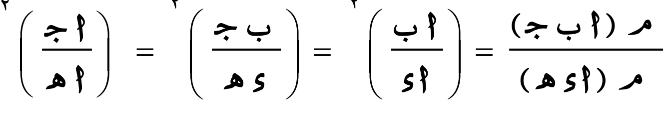
الحالة الثانية : تناسب الأضلاع الثلاثة :

$\frac{أ ب}{د هـ} = \frac{ب جـ}{هـ و} = \frac{أ جـ}{د و}$ ∴ Δ أ ب جـ ∼ Δ د هـ و

الحالة الثالثة : ضلعان وزاوية محصورة :

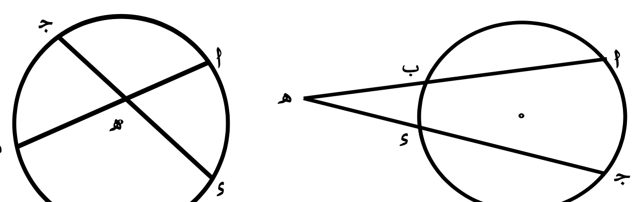


∠ أ ≡ ∠ ى ، أب / ى هـ = أجـ / ى و



م (△ أ ب جـ) / م (△ أ ى هـ) = (أب / أى)² = (ب جـ / ى هـ)² = (أجـ / أهـ)²

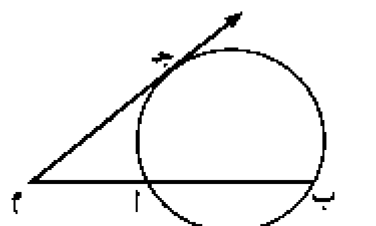
هـ أ × هـ ب = هـ جـ × هـ ى

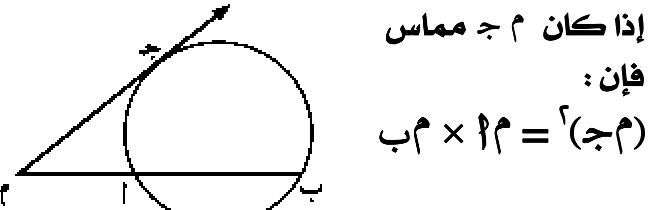


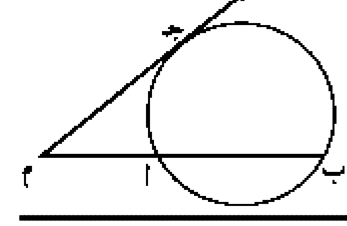
إذا كان م جـ مماس

فإن :

(م جـ)² = م أ × م ب

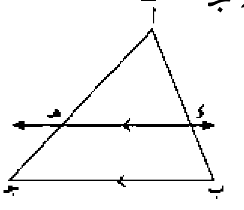






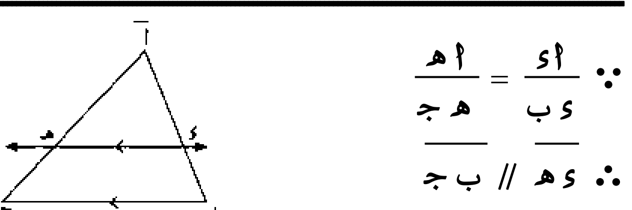
∵ ى هـ // ب جـ ∴ أى / ى ب = أهـ / هـ جـ ،

أى / أب = أهـ / أجـ = ى هـ / ب جـ

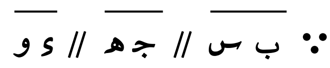


∵ أى / ى ب = أهـ / هـ جـ

∴ ى هـ // ب جـ

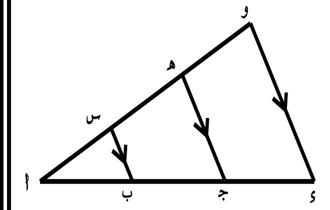


تاليس العامة :



∵ ب س // جـ هـ // ى و

∴ أ س / أ ب = س هـ / ب جـ = هـ و / جـ ى



∵ أ س // هـ جـ // و ى

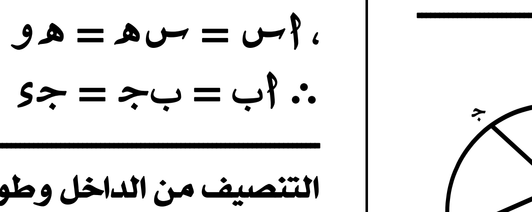
∴ أب / أ س = ب جـ / ب هـ = جـ ى / هـ و

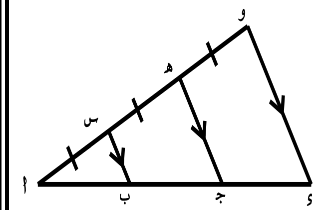
تاليس الخاصة :

∵ ب س // جـ هـ // ى و

، أ س = س هـ = هـ و

∴ أب = ب جـ = جـ ى

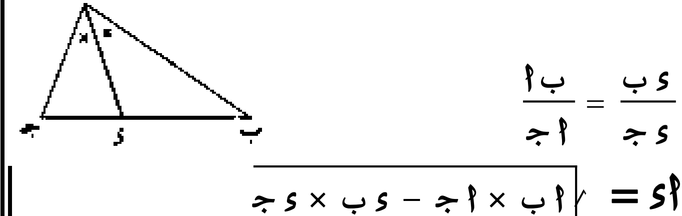




التنصيف من الداخل وطول المنصف :

ب ى / ى جـ = ب أ / أجـ

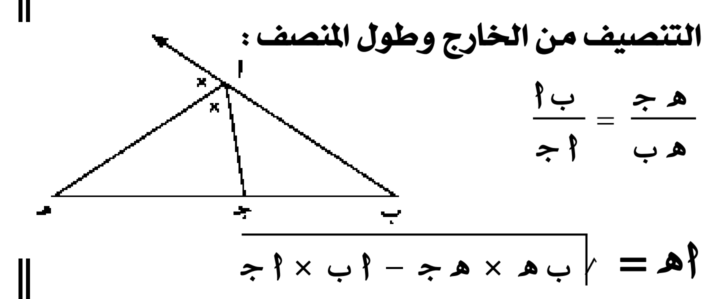
أى = $\sqrt{\text{أب} \times \text{أجـ} - \text{ى ب} \times \text{ى جـ}}$



التنصيف من الخارج وطول المنصف :

هـ جـ / هـ ب = أب / أجـ

أهـ = $\sqrt{\text{هـ ب} \times \text{هـ جـ} - \text{أ ب} \times \text{أ جـ}}$



قوة النقطة أ بالنسبة للدائرة م التي طول نصف قطرها نق هو العدد الحقيقي قم(أ) حيث: قم(أ) = (أم)² - نق²

فإذا كان قم (أ) > ٠ فإن أ تقع خارج الدائرة م

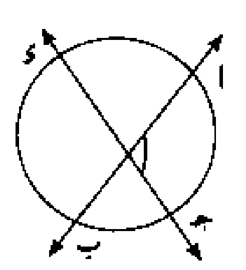
قم (أ) = ٠ أ تقع على الدائرة م

قم (أ) < ٠ أ تقع داخل الدائرة م



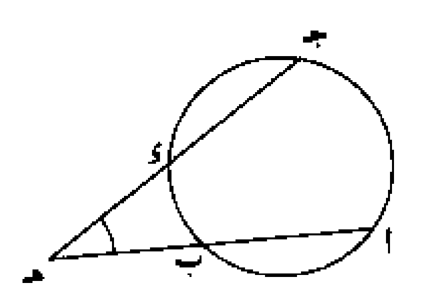
١- قياس الزاوية الناتجة من تقاطع قاطعين داخل دائرة:

أ داخل الدائرة



ق(∠ أ هـ جـ) = ½ [ق(أ⌒جـ) + ق(د⌒ب)]

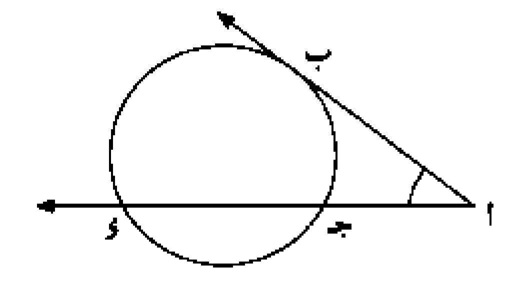
ب خارج الدائرة:



ق(∠ أ هـ جـ) = ½ [ق(أ⌒جـ) ق(ب⌒د)]

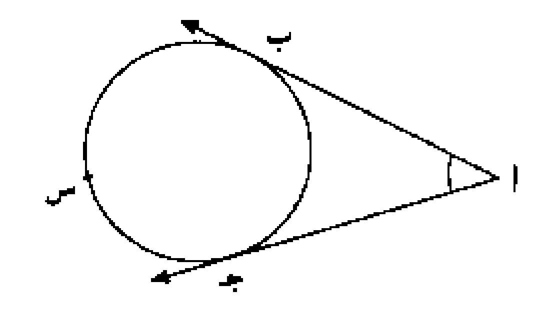
٢- قياس الزاوية الناتجة من تقاطع قاطع ومماس للدائرة

ق(∠ أ) = ½ [ق(ب⌒د) ، ق(ب⌒جـ)]



٣- قياس الزاوية الناتجة من تقاطع مماسين لدائرة.

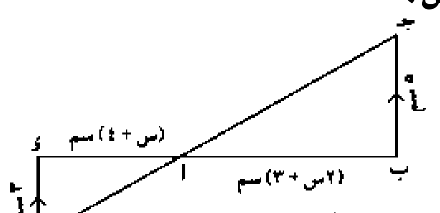
ق(∠ أ) = ½ [ق(ب س⌒جـ) - ق(ب⌒جـ)]





اختر الإجابة الصحيحة:

(١) في الشكل المقابل:



إذا كان Δ أ ب جـ ∼ Δ أ د هـ

فإن قيمة س = ...

(٤ ، ٣.٥ ، ٧ ، 11)

∵ Δ أ ب جـ ∼ Δ أ د هـ

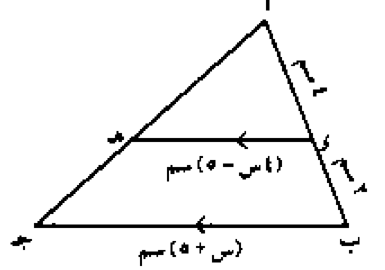
∴ $\frac{\text{أب}}{\text{أد}} = \frac{\text{ب جـ}}{\text{د هـ}}$ ∴ $\frac{٢\text{س} + ٣}{\text{س} + ٤} = \frac{٥}{٣}$

∴ ٣ (٢س + ٣) = ٥ (س + ٤)

∴ ٦س + ٩ = ٥س + ٢٠

∴ س = ١١

(٢) في الشكل المقابل:



إذا كان Δ أ ب جـ ∼ Δ أ د هـ

فإن قيمة س =

(٤ ، 2.5 ، ٧ ، ١٤)

∵ Δ أ ب جـ ∼ Δ أ د هـ

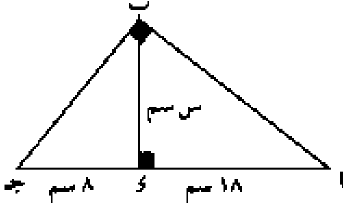
∴ $\frac{\text{أب}}{\text{أد}} = \frac{\text{ب جـ}}{\text{د هـ}}$ ∴ $\frac{٦}{٤} = \frac{\text{س} + ٥}{٤\text{س} - ٥}$

∴ ٦ (٤س – ٥) = ٤ (س + ٥)

∴ ٢٤س – ٣٠ = ٤س + ٢٠

∴ ٢٠س = ٥٠ ∴ س = ٢.٥

(٣) في الشكل المقابل:



قيمة س العددية = ...

(١٢ ، ١٠ ، ٨ ، ١٨)

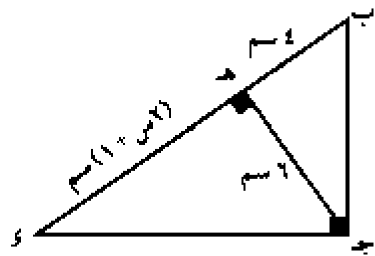
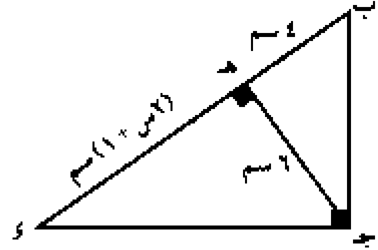
أ / علاء محمد الطاهر

٠١١٢٢٤٤٧٤٤٧
٠١٠٩٢٣٦٥٦٥٥

∵ $(ب ء)^2$ = ٨ × ١٨ = ١٤٤

∴ ب ء = ١٢سم

(٤) في الشكل المقابل :

قيمة س العددية = ...

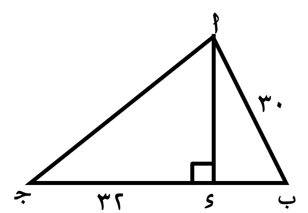
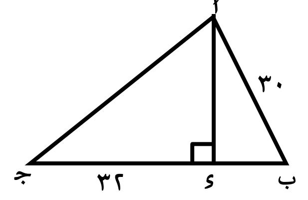
(٤ ، ٣٫٥ ، ٧ ، ١٤)

∵ $(جـ هـ)^2$ = ب هـ × هـ ء

∴ ٣٦ = ٤ × (٢س + ١) ∴ ٣٦ = ٨س + ٤

∴ ٨س = ٣٢ ومنها س = ٤

(٥) في الشكل المقابل :

أ ء ⊥ ب جـ فإن : أ ء = ...

(١٨ ، ٢٥ ، ٢٤ ، ٢٠)

نفرض أن : ب ء = س

∵ $(أ ب)^2$ = ب ء × ب جـ

∴ ٩٠٠ = س (س + ٣٢) ∴ ٩٠٠ = $س^2$ + ٣٢س

∴ $س^2$ + ٣٢س − ٩٠٠ = ٠ وبالتحليل

∴ (س + ٥٠)(س − ١٨) = ٠

∴ س = −٥٠ مرفوضة أ، س = ١٨

∴ ب ء = ١٨سم

∴ $(أ ء)^2$ = ١٨ × ٣٢ = ٥٧٦ ∴ أ ء = ٢٤سم

(٦) في الشكل المقابل :

ب ، هـ ، جـ على استقامة واحدة

إذا كان : جـ هـ = ٣سم ، ب هـ = ٩سم ، ب ء = ٤٫٥سم ، ء هـ = ٦سم ، أ ب = ٦سم ، أ جـ = ٨سم

فإن معامل التشابه بين المثلثين



Δ أ ب جـ ، Δ ء ب هـ = ...

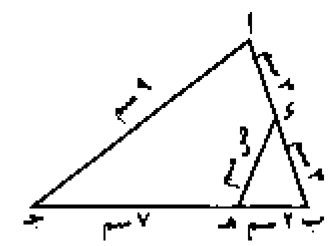
(٣:٤ ، ٤:٣ ، ٩:١٦ ، ١٦:٩)

∵ Δ أ ب جـ ~ Δ ء ب هـ

∴ $\frac{أ ب}{ء ب} = \frac{ب جـ}{ب هـ} = \frac{أ جـ}{ء هـ}$

∴ $\frac{٦}{٤٫٥} = \frac{١٢}{٩} = \frac{٨}{٦} = \frac{٤}{٣}$

(٦) في الشكل المقابل :



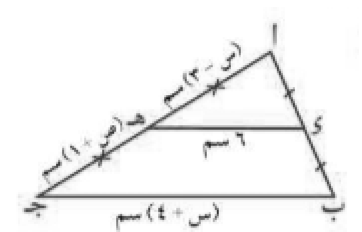
إذا كان Δ ب ء هـ ~ Δ ب جـ أ فإن : قيمة ص = ...

(١ ، ٢ ، ٣ ، ٤)

∵ ب ء هـ ~ Δ ب جـ أ

∴ $\frac{ب ء}{ب جـ} = \frac{ء هـ}{جـ أ}$ ∴ $\frac{٣}{٩} = \frac{ص}{٩}$ ∴ ص = ٣

(٧) في الشكل المقابل :



إذا كان Δ أ ء هـ ~ Δ أ ب جـ فإن : (س ، ص) = ...

((٧ ، ٥) ، (٥ ، ٧) ، (٤ ، ٨) ، (٨ ، ٤))

∵ ء منتصف أ ب ، هـ منتصف أ جـ

∴ $\frac{أ ء}{أ ب} = \frac{أ هـ}{أ جـ} = \frac{١}{٢}$ ، ∵ Δ أ ء هـ ~ Δ أ ب جـ

∴ $\frac{ء هـ}{ب جـ} = \frac{١}{٢}$ ∴ $\frac{٦}{س + ٤} = \frac{١}{٢}$

∴ س + ٤ = ١٢ ∴ س = ٨

، أ هـ = س − ٣ = ٨ − ٣ = ٥سم

∴ هـ جـ = ص + ١ = ٥ ∴ ص = ٤

(٨) المثلث الذي قياسا زاويتين فيه ٥٠° ، ٦٠° يشابه المثلث الذي قياسا زاويتين فيه ٦٠° ، ....

(أ) ٧٠° (ب) ١١٠° (ج) ٨٠° (ء) ٣٠°

---

(٩) جميع .... متشابهة.

(أ) المثلثات (ب) المستطيلات

(ج) المربعات (ء) متوازيات الأضلاع

---

(١٠) المضلعان المتشابهان يكونان متطابقين إذا كان معامل التشابه لهما يساوي ....

(أ) $\frac{1}{2}$ (ب) ١

(ج) أكبر من ١ (ء) أصغر من ١

---

(١١) أي مضلعين منتظمين لهما نفس عدد الأضلاع يكونان ....

(أ) متطابقان

(ب) متساويان في المساحة

(ج) متساويان في المحيط

(ء) متشابهان

---

(١٢) ليكن ك معامل تشابه م١ للمضلع م٢ فإذا كان م١ ≡ م٢ فإن : ....

(ك < ١ ، ٠ < ك < ١ ، ك = ١ ، ك ⩾ ١)

---

(١٣) إذا كانت النسبة بين محيطي مثلثين متشابهين ١ : ٤ فإن النسبة بين مساحتي سطحيهما تساوي ......

(أ) ١ : ٢ (ب) ١ : ٤

(ج) ١ : ٨ (ء) ١ : ١٦

---

(١٤) مضلعان متشابهان النسبة بين محيطيهما ٤ : ٩ فإن النسبة بين مساحتيهما ....

(أ) ٤ : ٩ (ب) ٢ : ٣

(ج) ١٦ : ٨١ (ء) ٩ : ٤

---

(١٥) إذا كانت النسبة بين مساحتي سطحي مثلثين متشابهين ١٦ : ٢٥ فإن النسبة بين طولي ضلعين متناظرين فيهما يساوي ....

(أ) ٣ : ٥ (ب) ٤ : ٥

(ج) ١٦ : ٢٥ (ء) ١٦ : ٤١

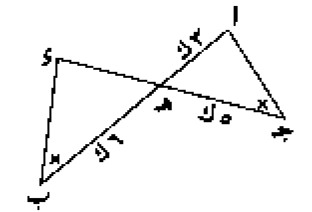
---

(١٦) مضلعان متشابهان النسبة بين محيطيهما ٢ : ٣ ومساحة سطح أصغرهما ٢٠سم² فإن مساحة سطح الأكبر = ... سم²

(أ) ٣٠ (ب) ٦٠ (ج) ٤٠ (ء) ٤٥

---

(١٧) في الشكل المقابل :



$\overline{أب} \cap \overline{جء} = \{هـ\}$ ، م Δ (أجهـ) = ٩٠٠ سم²

م Δ (ءهـب) = ... سم²

(١٢٩٦ ، ١٠٨٠ ، ٧٥٠ ، ٦٢٥)

∵ Δ Δ جهـأ ، بهـء فيهما

ق (∠ جـ) = ق (∠ ب) ،

ق (∠ أهـجـ) = ق (∠ ءهـب) بالتقابل بالرأس.

∴ Δ جهـأ ∼ Δ بهـء وينتج من التشابه أن :

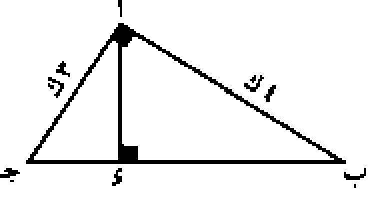
$\frac{م(\Delta جـهـأ)}{م(\Delta بهـء)} = \left(\frac{جـهـ}{بهـ}\right)^2 = \left(\frac{٥ك}{٦ك}\right)^2$

∴ $\frac{٩٠٠}{م(\Delta بهـء)} = \frac{٢٥}{٣٦}$

∴ مساحة Δ ءهـب = ١٢٩٦سم²

---

(١٨) في الشكل المقابل :



ق (∠ بأجـ) = ٩٠° ، $\overline{أء} \perp \overline{بجـ}$

، م Δ (أءجـ) = ١٨٠ سم²

فإن : م Δ (أبجـ) = ... سم²

(٣٦٠ ، ٥٠٠ ، ٦٠٠ ، ٧٥٠)

∵ Δ أبجـ قائم الزاوية في أ ، $\overline{أء} \perp \overline{بجـ}$

∴ Δ ءأجـ ∼ Δ أبجـ

، (بجـ)² = ١٦ك² + ٩ك² = ٢٥ك²

∴ $\frac{م(\Delta ءأجـ)}{م(\Delta أبجـ)} = \left(\frac{أجـ}{بجـ}\right)^2$

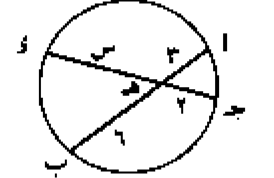
∴ $\frac{١٨٠}{م(\Delta أبجـ)} = \frac{٩}{٢٥}$

∴ مساحة Δ أبجـ = ٥٠٠ سم²

(١٨) مربعان النسبة بين طولي قطريهما ٢ : ٥ فإذا كانت مساحة أصغرهما ٤سم² فإن مساحة أكبرهما .... سم² .

(٢٥ ، ١٦ ، ١٠ ، ٢٠)

(١٩) في الشكل المقابل :



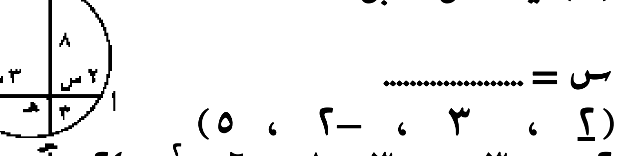
س = ...

(٥ ، ٧ ، ٨ ، ٩)

أهـ × هـ ب = جـ هـ × هـ ء

٣ × ٦ = ٢ × س ∴ ٢س = ١٨ ∴ س = ٩

(٢٠) في الشكل المقابل :



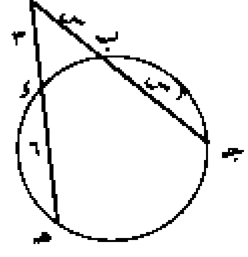
س = ...

(٢ ، ٣ ، −٢ ، ٥)

٢س × ٣س = ٣ × ٨ ∴ ٦س² = ٢٤

∴ س² = ٤ ∴ س = ٢

(٢١) في الشكل المقابل :



س = ...

(١ ، ٢ ، ٣ ، ٤)

∵ أب × أجـ = أء × أهـ

∴ س × ٣س = ٣ × ٩

∴ ٣س² = ٢٧ ∴ س² = ٩

∴ س = ٣

(٢٢) في الشكل المقابل :

س = ...

(١ ، ٢ ، ٣ ، ٤)

∵ هـ ب × هـ أ = هـ ء × هـ جـ

∴ ٥ × ١٢ = ٦ (س + ٦)

∴ ٦٠ = ٦س + ٣٦ ∴ ٦س = ٢٤ ∴ س = ٤

(٢٣) في الشكل المقابل :

س = ...

(٥ ، ٦ ، ٨ ، ٩)

∵ بجـ × أجـ = جـء × جـهـ

∴ س × ٤س = ٨ × (س + ١٢)

∴ ٤س² = ٨س + ٩٦

∴ ٤س² − ٨س − ٩٦ = ٠ بالقسمة على ٤

∴ س² − ٢س − ٢٤ = ٠ بالتحليل

(س − ٦)(س + ٤) = ٠

∴ س = ٦ أ، س = −٤ مرفوضه .

(٢٤) في الشكل المقابل :

س = ...

(٤√٧ ، √٧ ، ٧ ، ١٤)

∵ أء مماس ∴ (أء)² = أب × أجـ = ٩ × ١٦ = ١١٢ ∴ أء = ٤√٧

(٢٥) في الشكل المقابل :



س = ...

(٥ ، ٤.٨ ، ٨ ، ٩)

∵ أء مماس ∴ (أء)² = أب × أجـ

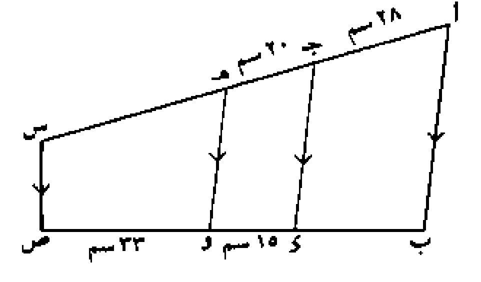
∴ ٤٩ = ٥ (س + ٥) ∴ ٤٩ = ٥س + ٢٥

∴ ٥س = ٢٤ ومنها س = ٤.٨

(٢٦) في الشكل المقابل :

أب // جـء // هـو // س ص ، أجـ = ٢٨سم ، جـهـ = ٢٠سم ، ءو = ١٥سم ، و ص = ٣٣سم فإن طول ب ء = ...

(أ) ٣٣ (ب) ٢٨ (جـ) ٢١ (ء) ٢٧



∵ أب // جـء // هـو // س ص

∴ $\frac{\text{أجـ}}{\text{بء}} = \frac{\text{جـهـ}}{\text{ءو}} = \frac{\text{هـس}}{\text{و ص}}$

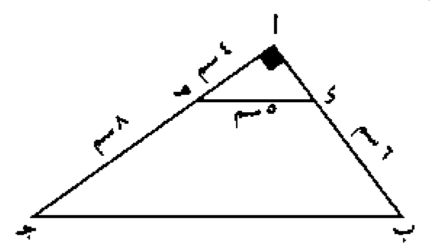
∴ $\frac{٢٨}{\text{بء}} = \frac{٢٠}{١٥}$

∴ بء = ٢١سم



(٢٧) في الشكل المقابل :

أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في أ طول $\overline{ب جـ}$ = ...



(أ) <u>١٥</u> (ب) ١٠ (جـ) ١٣.٥ (د) ٢٥

∵ Δ أ د هـ قائم الزاوية في أ

∴ (أ د)² = √(٢٥ − ١٦) = ٣سم

ΔΔ أ د هـ ، أ ب جـ فيهما

زاوية أ مشتركة ، أ د / أ ب = أ هـ / أ جـ = ١ / ٣

∴ Δ أ د هـ ∼ Δ أ ب جـ وينتج أن :

أ د / أ ب = د هـ / ب جـ = ١ / ٣

∴ ٥ / ب جـ = ١ / ٣ ∴ ب جـ = ١٥سم

---

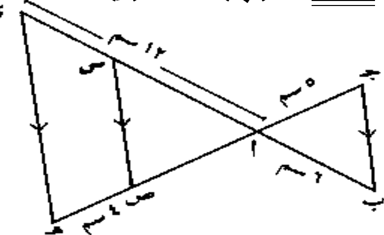
(٢٨) في الشكل المقابل :

$\overline{س ص}$ // $\overline{ب جـ}$ // $\overline{هـ د}$

فإذا كان : أ ب = ٦سم ، أ جـ = ٥سم

، أ د = ١٢سم ، هـ ص = ٤سم فإن : طول $\overline{د س}$ = ...

(أ) ٥ (ب) <u>٤.٨</u> (جـ) ٦ (د) ٧



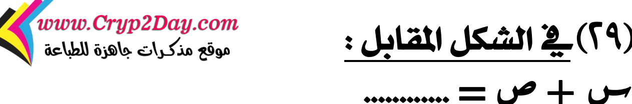
∵ $\overline{هـ د}$ // $\overline{ب جـ}$ ، $\overline{جـ هـ} \cap \overline{ب د} = \{أ\}$

∴ أ د / أ ب = أ هـ / أ جـ ∴ ١٢ / ٦ = أ هـ / ٥ ∴ أ هـ = ١٠سم

في Δ أ هـ د :

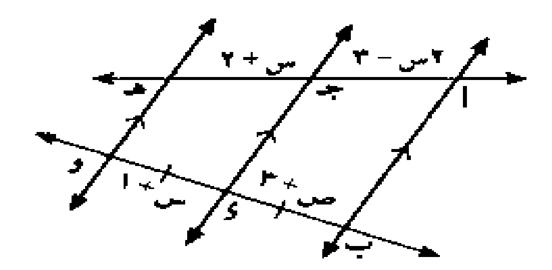
∵ $\overline{س ص}$ // $\overline{هـ د}$ ∴ أ هـ / هـ ص = أ د / د س

∴ ١٠ / ٤ = ١٢ / د س ∴ د س = ٤.٨سم



(٢٩) في الشكل المقابل :

س + ص = ...



(أ) ٢ (ب) ٥ (جـ) ٣ (د) <u>٨</u>

∵ أ ب // جـ د // هـ و ، ب د = د و

∴ أ جـ = جـ هـ

ويكون : ٢س − ٣ = س + ٢ ∴ س = ٥

∵ ب د = د و ، س = ٥

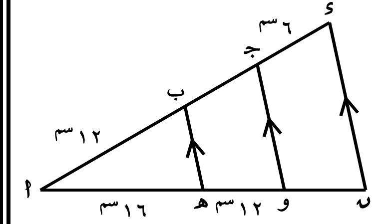
∴ ص + ٣ = ٥ + ١ ∴ ص = ٣

∴ س + ص = ٥ + ٣ = ٨

---

(٣٠) في الشكل المقابل :

إذا كانت $\overline{هـ ب}$ // $\overline{و جـ}$ // $\overline{ن د}$ فإن ب جـ = ...



(أ) ٨ (ب) <u>٩</u> (جـ) ١٠ (د) ١١

∵ $\overline{هـ ب}$ // $\overline{و جـ}$ // $\overline{ن د}$

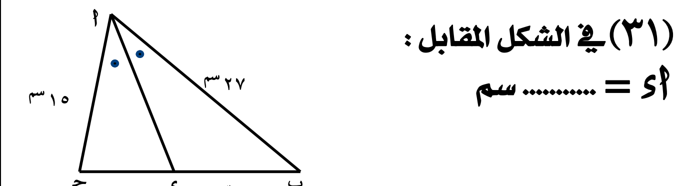
∴ أ ب / أ هـ = ب جـ / هـ و ∴ ١٢ / ١٦ = ب جـ / ١٢

∴ ١٦ ب جـ = ١٤٤ ∴ ب جـ = ٩سم

---

(٣١) في الشكل المقابل :

أ د = ... سم



(أ) <u>١٥</u> (ب) ١٠ (جـ) ٢٠ (د) ٢٥

∵ أ ء ينصف ∠ ب أ جـ

∴ $\frac{\text{ب ء}}{\text{ء جـ}} = \frac{\text{أ ب}}{\text{أ جـ}}$ ∴ $\frac{١٨}{\text{ء جـ}} = \frac{٢٧}{١٥}$

∴ ء جـ = ١٠سم

∵ أ ء = $\sqrt{\text{أ ب} \times \text{أ جـ} - \text{ب ء} \times \text{ء جـ}}$

∴ أ ء = $\sqrt{٢٧ \times ١٥ - ١٨ \times ١٠} = \sqrt{٢٢٥} = ١٥$سم

(٣٢) إذا كانت قوة النقطة أ بالنسبة للدائرة م طول قطرها ٦سم تساوي ٤٠ فإن :

أ م = ... سم .

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٦ (ء) <u>٧</u>

∵ $و_م$ (أ) = (أ م)^٢ – نق^٢

∴ ٤٠ = (أ م)^٢ – (٣)^٢ ∴ (أ م)^٢ = ٤٩

∴ أ م = ٧سم

(٣٣) إذا كانت : $و_م$ (أ) كمية سالبة فإن : أ تقع .... الدائرة .

(أ) <u>داخل</u> (ب) خارج

(جـ) على (ء) على مركز

(٣٤) إذا كانت قوة نقطة بالنسبة لدائرة كمية موجبة فإن النقطة تقع .... الدائرة .

(أ) داخل (ب) <u>خارج</u>

(جـ) على (ء) عند مركز

(٣٥) المنصف الخارجي لزاوية رأس المثلث المتساوي الساقين .... القاعدة

(أ) ينصف (ب) <u>يوازي</u>

(جـ) عمودي على (ء) يقطع

(٣٦) دائرة م طول قطرها ٦سم ، $و_م$ (ب) = صفر فإن : ب تقع ....

(أ) داخل الدائرة (ب) خارج الدائرة

(جـ) <u>على الدائرة</u> (ء) غير ذلك

(٣٧) إذا رسم مستقيم يوازي أحد أضلاع مثلث ويقطع الضلعين الآخرين فإن يقسمها إلى قطع أطوالها ....

(أ) متساوية (ب) متوازية

(جـ) متعامدة (ء) <u>متناسبة</u>

(٣٨) إذا كان : أ م = ٤سم ، نق = ٣سم حيث أ نقطة خارج الدائرة م فإن : $و_م$ (أ) = ...

(أ) ١٦ (ب) ٩ (جـ) ٢٥ (ء) <u>٧</u>

∵ $و_م$ (أ) = (أ م)^٢ – نق^٢

∴ $و_م$ (أ) = ١٦ – ٩ = ٧ سم

(٣٩) إذا كان : ص ء ينصف ∠ س ص ع في

△ س ص ع من الداخل فإن : $\frac{\text{س ء}}{\text{ء ع}}$ = ...

(أ) $\frac{\text{س ص}}{\text{ص ع}}$ (ب) <u>$\frac{\text{ص ع}}{\text{س ص}}$</u>

(جـ) $\frac{\text{س ص}}{\text{ع ء}}$ (ء) $\frac{\text{ص ع}}{\text{س ء}}$

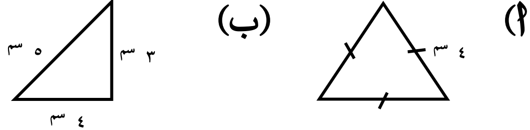
(٤٠) $\overline{\text{ء جـ}}$ ، $\overline{\text{أ ب}}$ وتران في دائرة يتقاطعان في النقطة هـ فإذا كان : ء هـ = ٧٫٥ سم ،

هـ جـ = ٤ سم ، ب هـ = ٥ سم فإن : أ هـ = ... سم

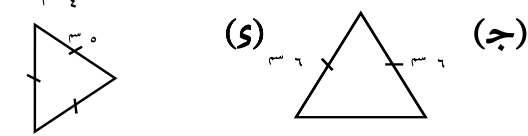
(أ) ١٫٥ (ب) ٢٫٥ (جـ) ٢ (ء) <u>٦</u>

(٤١) أي مثلثين من المثلثات الآتية متشابهان ؟ ....

(أ) (ب)



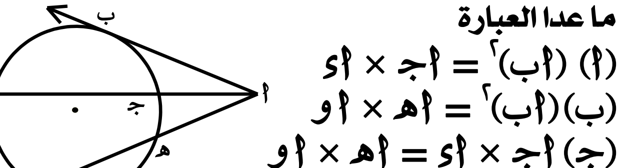
(جـ) (ء)



(أ) أ ، ب (ب) أ ، جـ (جـ) ب ، ء (ء) <u>أ ، ء</u>

(٤٢) في الشكل المقابل :

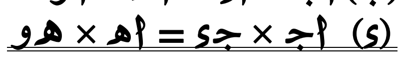
كل التعبيرات الرياضية التالية صحيحة ما عدا العبارة



(أ) (أ ب)^٢ = أ جـ × أ ء

(ب) (أ ب)^٢ = أ هـ × أ و

(جـ) أ جـ × أ ء = أ هـ × أ و

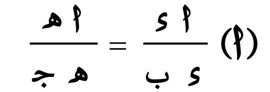


(ء) <u>أ جـ × جـ ء = أ هـ × هـ و</u>



(٤٣) في الشكل المقابل :

جميع التعبيرات الرياضية صحيحة ما عدا التعبير ....

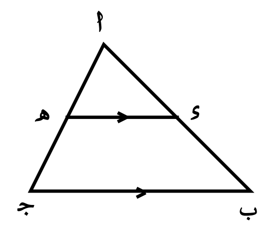


(أ) $\frac{أ ء}{ء ب} = \frac{أ هـ}{هـ جـ}$

(ب) $\frac{أ ء}{ء ب} = \frac{ء هـ}{ب جـ}$

(جـ) $\frac{أ ء}{أ ب} = \frac{أ هـ}{أ جـ}$

(ء) $\frac{أ ب}{ب ء} = \frac{أ جـ}{هـ جـ}$



(٤٤) في الشكل المقابل :

ق ($\measuredangle$ أ) = ٣٠°

، ق ($\overset{\frown}{بهـ}$) = ٤٠°

فإن : ق ($\overset{\frown}{جـء}$) = ...

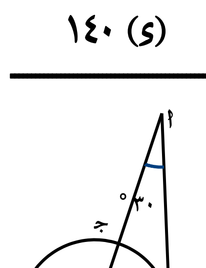
(أ) ١٠ (ب) ١٠٠ (جـ) ٧٠ (ء) ١٤٠

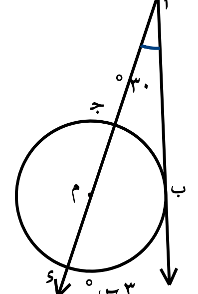
(٤٥) في الشكل المقابل :

س = ...

(أ) ٤٠° (ب) ٣٠°

(جـ) ٩٠° (ء) ٦٠°





∵ أ ب مماس للدائرة م ، أ ء قاطع لها

∴ ق ($\measuredangle$ أ) = $\frac{١}{٢}$ [ق ($\overset{\frown}{بء}$) − ق ($\overset{\frown}{بجـ}$)]

∴ $\frac{١}{٢}$ [ق ($\overset{\frown}{بء}$) − ق ($\overset{\frown}{بجـ}$)] = ٣٠°

∴ ق ($\overset{\frown}{بء}$) − ق ($\overset{\frown}{بجـ}$) = ٦٠° ⟸ (١)

، ∵ جـ ء قطر في الدائرة م

∴ ق ($\overset{\frown}{بء}$) + ق ($\overset{\frown}{بجـ}$) = ١٨٠° ⟸ (٢)

بجمع (١) ، (٢) ∴ ٢ ق ($\overset{\frown}{بء}$) = ٢٤٠°

∴ ق ($\overset{\frown}{بء}$) = ١٢٠°

، ∵ ق ($\overset{\frown}{بء}$) = ٣ س° ∴ ٣ س° = ١٢٠°

∴ س = ٤٠°

(٤٦) في الشكل المقابل :

ق ($\measuredangle$ ب أ جـ) = ٩٠°

، أ ء ⊥ ب جـ

فإن : أ ب = ... سم

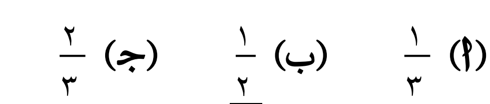
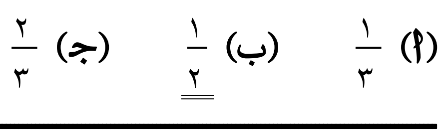
(أ) ٣٦ (ب) ١٨ (جـ) ٦ (ء) ١٥

(٤٧) في الشكل المقابل :

إذا كان : ء منتصف $\overset{\frown}{بجـ}$

، أ ب = ٣سم ، أ جـ = ٦ سم

فإن : $\frac{ب هـ}{ب جـ}$ = ... سم

(أ) $\frac{١}{٣}$ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) $\frac{٢}{٣}$ (ء) $\frac{٣}{٢}$

(٤٨) في الشكل المقابل :

ق ($\measuredangle$ ء) = ٤٤°

، ق ($\overset{\frown}{جـهـ}$) = ١٦٠°

فإن : ق ($\overset{\frown}{هـو}$) الأصغر = ...

(أ) ٧٢ (ب) ٢٠٤

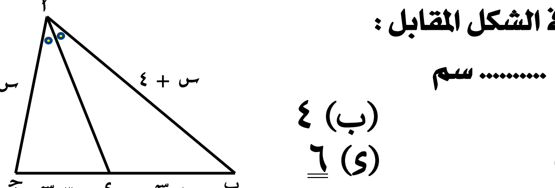
(جـ) ١١٦ (ء) ١٠٢

(٤٩) في الشكل المقابل :

س = ... سم

(أ) ٣ (ب) ٤

(جـ) ٥ (ء) ٦



(٥٠) في الشكل المقابل :

أ ب ، أ جـ مماسان للدائرة

، ق ($\overset{\frown}{بجـ}$) = ١٤٠°

فإن : ق ($\measuredangle$ أ) = ...

(أ) ٣٠° (ب) ٤٠°

(جـ) ٦٠° (ء) ٨٠°

ق ($\measuredangle$ أ) = $\frac{١}{٢}$ (٢٢٠° − ١٤٠°) = ٤٠°



(٥١) في الشكل المقابل:

ء هـ // ب جـ ، ء هـ : ب جـ = ٣ : ٧ ، أ ء = ٦ سم

فإن: أ ب = ...

(أ) ١٤ (ب) ٢٠ (جـ) ٨ (ء) ٤٢

---

(٥٢) في الشكل المقابل:

ب جـ = ٥ سم ، أ ب = ٤ سم ، أ ب ⊥ أ جـ فإن: $\frac{ب ء}{ء جـ}$ = ...

(أ) $\frac{٤}{٥}$ (ب) $\frac{٣}{٥}$ (جـ) $\frac{٣}{٤}$ (ء) $\frac{٤}{٣}$

---

(٥٣) في الشكل المقابل:

أب = ١٢ سم ، جـ هـ = ٤ سم

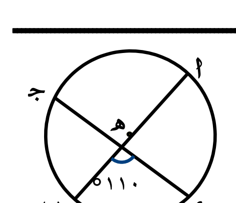
فإن: طول نصف القطر نق = ...

(أ) ٩ (ب) ٤.٥

(جـ) ٦ (ء) ٦.٥

---

(٥٤) في الشكل المقابل:



ق(∠ ء هـ ب) = ١١٠° ، ق(أ جـ) = ١٣٠°

فإن: س = ...

(أ) ٤٥° (ب) ٩٠° (جـ) ١٣٠° (ء) ٥٥°

إجابة نموذج مستشار الرياضيات

(١) إذا كان س = ٥ جذرا للمعادلة:

س² + م س = ٢م + ٤ فإن: م = ...

(−٧ ، ٧ ، $\frac{٢٩}{٣}$ ، −$\frac{٢٩}{٣}$)

∵ س = ٥ ∴ ٢٥ + ٥م = ٢م + ٤

∴ ٥م − ٢م = ٤ − ٢٥ ∴ ٣م = −٢١

∴ م = −٧

---

(٢) إذا كان ٢ ، ٧ هما جذرا المعادلة:

س² + أس + ب = ٠ فإن: أ + ب = ...

(٥ ، −٥ ، ٢٣ ، −٢٣)

مجموع الجذرين = −أ = ٢ + ٧ = ٩ ∴ أ = −٩

حاصل ضرب الجذرين = ٢ × ٧ = ١٤

∴ أ + ب = −٩ + ١٤ = ٥

---

(٣) (١ + ت)⁴ − (١ − ت)⁴ = ...

(صفر ، ٨ ، −٨ ، ٤)

(٢ت)² − (−٢ت)² = ٤ت² − ٤ت² = −٤ + ٤ = صفر

---

(٤) إذا كان ٢س − ص + (س − ٢ص) ت = ٥ + ت

فإن: (س ، ص) = ...

(أ) (١ ، ٣) (ب) (٣ ، ١) (جـ) (−٣ ، ١) (ء) (−١ ، ٣)

٢س − ص = ٥ × −٢ ∴ −٤س + ٢ص = −١٠

س − ٢ص = ١ س − ٢ص = ١

وبالجمع ∴ −٣س = −٩ ومنها س = ٣

وبالتعويض في إحدى المعادلتين ∴ ٦ − ص = ٥

∴ ص = ١ ∴ (س ، ص) = (٣ ، ١)

---

(٥) إذا كان جذرا المعادلة:

ك س² − ٨س + ١٦ = ٠ مركبين وغير حقيقيين فإن: ك ∈ ....

([١ ، ∞[،]١ ، ∞[،]−∞ ، ١] ،]−∞ ، ١[)

∵ جذرا المعادلة مركبين وغير حقيقيين ∴ المميز < 0

∴ ب^2 − ٤أجـ < 0

∴ ٦٤ − ٤ × ك × ١٦ < 0 ∴ ٦٤ − ٦٤ك < 0

∴ −٦٤ك $<$ −٦٤ ومنها ك > 1

∴ ك ∈]١ ، ∞[

---

(٦) جذرا المعادلة : س + $\frac{9}{س}$ = ٦ يكونان ....

(حقيقيين نسبيين ، غير حقيقيين ، **حقيقيين متساويين** ، حقيقيين وغير نسبيين.)

بالضرب × س ∴ س^2 + ٩ = ٦س

∴ س^2 − ٦س + ٩ = ٠

المميز = ٣٦ − ٤ × ١ × ٩ = ٣٦ − ٣٦ = ٠

∴ جذرا المعادلة حقيقيين متساويين .

---

(٧) إذا كان جذرا المعادلة :

٨س^2 − ب س + ٣ = ٠ موجبان والنسبة بينهما ٢ : ٣ فإن قيمة ب = ...

(**١٠** ، −١٠ ، $\frac{5}{4}$ ، $\frac{-5}{4}$)

نفرض أن الجذرين : ٢ل ، ٣ل

، ∵ حاصل ضرب الجذرين = ٦ل^2 = $\frac{3}{8}$

∴ ل^2 = $\frac{1}{16}$ ∴ ل = $\frac{1}{4}$ الحل السالب مرفوض

، ∵ مجموع الجذرين = ٥ل = $\frac{ب}{8}$ ∴ ل = $\frac{ب}{40}$

وبالتعويض عن ل = $\frac{1}{4}$ ∴ ب = ١٠

---

(٨) إذا كان ل ، م هما جذري المعادلة :

س^2 − ٧س + ٣ = ٠ فإن المعادلة التي جذراها ٢ل ، ٢م هي ....

(أ) س^2 − ١٤س + ١٢ = ٠

(ب) س^2 +١٤س + ١٢ = ٠

(جـ) س^2 − ١٤س − ١٢ = ٠

(ء) س^2 + ١٤س + ١٢ = ٠

من المعادلة المعطاة :

ل + م = ٧ ، ل م = ٣

المعادلة المطلوبة :

مجموع الجذرين ٢ل + ٢م = ٢ (ل + م) =

٢ × ٧ = ١٤

حاصل ضرب الجذرين = ٢ل × ٢م = ٤ل م =

٤ × ٣ = ١٢

∴ المعادلة هي : س^2 − ١٤س + ١٢ = ٠

---

(٩) إذا كان الفرق بين جذري المعادلة :

٦س^2 −٧س + ١ = جـ هو $\frac{11}{6}$ فإن قيمة جـ = ...

(**٤** ، ٢ ، −٤ ، −٢)

من المعادلة المعطاة :

∵ ٦س^2 − ٧س + ١ − جـ = ٠

ل + م = $\frac{7}{6}$ ⟸ (١) ، ل م = $\frac{1-جـ}{6}$ ⟸ (٢) ،

ل − م = $\frac{11}{6}$ ⟸ (٣)

بجمع (١) ، (٣) ∴ ٢ل = $\frac{18}{6}$ = ٣ ∴ ل = $\frac{3}{2}$

وبالتعويض في (١) ∴ م = $\frac{7}{6}$ − $\frac{9}{6}$ = $\frac{-1}{3}$

∴ ل م = $\frac{3}{2}$ × $\frac{-1}{3}$ = $\frac{-1}{2}$ وبالتعويض في (٢)

∴ −$\frac{1}{2}$ = $\frac{1-جـ}{6}$ ∴ جـ = ٤

---

(١٠) الدالة د : [−٣ ، ٢] ⟵ ح حيث

د (س) = ٣س + ٦ تكون إشارتها سالبة في الفترة : ....

( ]−٢ ، ∞[، **[−٣ ، −٢[** ،]−٢ ، ∞[، [−٢ ، ٢])

∵ ٣س + ٦ = ٠ ∴ ٣س = −٦

∴ س = −٢



(١١) إذا كانت الدالة د :

د (س) = أ س^{٢} + ب س + جـ وكانت :

أ > ٠ وجذرا د (س) = ٠ هما ٢ ، – ٥ فإن الدالة

د تكون موجبة في الفترة ....

({–٥ ، ٢} ، ح – [–٥ ، ٢] ،]–٥ ، ٢[،]–∞ ، –٥[ )

---

(١٢) مجموعة حل المتباينة :

(س – ٣)(س – ٤) > ٠ في ح هي ....

({٣ ، ٤} ،]٣ ، ٤[، [٣ ، ٤] ، ح – [٣ ، ٤])

∵ (س – ٣)(س – ٤) = ٠

∴ س = ٣ أو س = ٤

إشارة د (س): + + + + (صفر عند ٤) - - - - (صفر عند ٣) + + + + +

∴ م.ح =]٣ ، ٤[

---

(١٣) الربع الذي تقع فيه الزاوية ٢٠١٩ هو الربع ....

(أ) الأول (ب) الثاني (جـ) الثالث (د) الرابع

٢٠١٩ – ٥ × ٣٦٠ = ٢٠١٩ – ١٨٠٠ = ٢١٩

∴ تقع في الربع الثالث .

---

(١٤) إذا كان طول القوس في دائرة يساوي $\frac{٣}{٨}$ محيط الدائرة ، فإن قياس الزاوية المركزية المقابلة لهذا القوس بالتقدير الستيني يساوي ....

(أ) ٣٠° (ب) ٣٠° ٦٧َ (جـ) ١٣٥° (د) ٢٤٠°

θء = ل ÷ نق = $\frac{٣}{٨}$ محيط الدائرة ÷ نق =

$\frac{٣}{٨}$ × ٢ π نق ÷ نق = $\left(\frac{٣}{٤}\pi\right)$ء

∴ س° = $\frac{٣}{٤}$ × ١٨٠° = ١٣٥°



(١٥) إذا كان س جا $\frac{\pi}{٤}$ جتا $\frac{\pi}{٤}$ ظتا $\frac{\pi}{٦}$ = ظا^{٢} $\frac{\pi}{٤}$ – جتا^{٢} $\frac{\pi}{٣}$

فإن : س = ...

(أ) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ (ب) $\frac{\sqrt{٢}}{٢}$ (جـ) $\frac{٢}{\sqrt{٣}}$ (د) $\frac{١-}{\sqrt{٢}}$

س جا ٤٥° جتا ٤٥° ظتا ٣٠° = ظا^{٢} ٤٥° – جتا^{٢} ٦٠°

س × $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ × $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ × $\sqrt{٣}$ = (١)^{٢} – $\left(\frac{١}{٢}\right)^{٢}$

∴ $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ س = $\frac{٣}{٤}$ ∴ س = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

---

(١٦) إذا كانت : هـ ∈]$\frac{\pi}{٢}$ ، π[، جا هـ = $\frac{١٢}{١٣}$ فإن

قتا هـ جا هـ – ظا هـ ظتا هـ + جتا^{٢} هـ = ...

(أ) $\frac{٢٥}{١٦٩}$ (ب) $\frac{١٤٤}{١٦٩}$ (جـ) $\frac{٢٥}{١٤٤}$ (د) $\frac{١٦٩}{٢٥}$

نفرض أن ب = (س ، ص)

∵ ص = جا هـ = $\frac{١٢}{١٣}$ ، س = جتا هـ ، س > ٠

∵ س^{٢} + ص^{٢} = ١

∴ س^{٢} + $\frac{١٤٤}{١٦٩}$ = ١ ∴ س^{٢} = $\frac{٢٥}{١٦٩}$

∴ س = – $\frac{٥}{١٣}$ ∴ ب = (– $\frac{٥}{١٣}$ ، $\frac{١٢}{١٣}$)

∴ قتا هـ جا هـ – ظا هـ ظتا هـ + جتا^{٢} هـ =

١ – ١ + $\frac{٢٥}{١٦٩}$ = $\frac{٢٥}{١٦٩}$

---

(١٧) إذا كان حتا (٢٧٠° – هـ) = – $\frac{١}{٢}$ حيث θ

قياس أصغر زاوية موجبة فإن قياس هـ يساوي ....

(أ) ٣٠° (ب) ١٥٠° (جـ) ٢١٠° (د) ٣٣٠°

∵ جتا (٢٧٠° – هـ) = – $\frac{١}{٢}$ ∴ – جا هـ = – $\frac{١}{٢}$

∴ جا هـ = $\frac{١}{٢}$ ، جا موجبة في الربع الأول وتساوي

٣٠ وفي الربع الثاني وتساوي ١٥٠ نختار ٣٠ لأنه قياس أصغر زاوية موجبة .

---

(١٨) إذا كان : $\text{جتا}\left(\frac{٢٠^\circ + هـ}{٢}\right) = \text{جا}\left(\frac{٤٠^\circ + هـ}{٢}\right)$

= ...... حيث ٠ < هـ < ٩٠

(أ) ٣٠° (ب) ٦٠° (ج) ٤٥° (د) ١٥°

∵ جا س = جتا ص ∴ س + ص = ٩٠

∴ ٢٠ + هـ + ٤٠ + هـ = ١٨٠ ومنها

٢هـ + ٦٠ = ١٨٠ ∴ ٢هـ = ١٢٠

∴ هـ = ٦٠

(١٩) مدى الدالة د : (θ) = جتا ٦ هـ هو ....

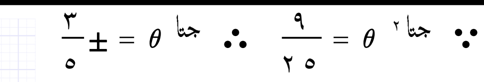
(أ) [-٦ ، ٦] (ب) [-١ ، ١]

(ج) [١ ، ٦] (د)]-١ ، ١[

(٢٠) إذا كان : $\text{جتا}^2 \theta = \frac{٩}{٢٥}$ حيث $٩٠ < \theta < ١٨٠$

فإن قيمة المقدار : ٢٥ جا θ − ٤ ظتا θ = ...

(أ) ٢٣ (ب) ١٧ (ج) −١٧ (د) −٢٣



∵ $\text{جتا}^2 \theta = \frac{٩}{٢٥}$ ∴ $\text{جتا}\,\theta = \pm\frac{٣}{٥}$

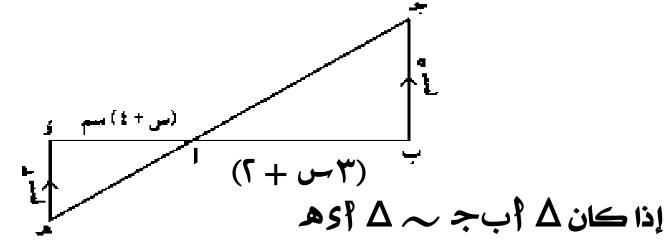
∵ θ تقع في الربع الثاني

نختار جتا بالسالب ∴ $\text{جتا}\,\theta = -\frac{٣}{٥}$

المقدار : ٢٥ جا θ − ٤ ظتا θ = $٢٥ \times \frac{٤}{٥} - ٤ \times -\frac{٣}{٤}$

= ٢٠ + ٣ = ٢٣

(٢١) في الشكل المقابل :



إذا كان Δ أ ب جـ ~ Δ أ د هـ

فإن قيمة س = ...

(٤ ، ٣.٥ ، ٧ ، ١٤)

∵ Δ أ ب جـ ~ Δ أ د هـ

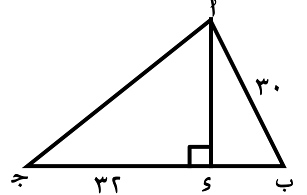
∴ $\frac{\text{أ ب}}{\text{أ د}} = \frac{\text{ب جـ}}{\text{د هـ}}$ ∴ $\frac{٣س + ٢}{س + ٤} = \frac{٥}{٣}$

∴ ٣ (٣س + ٢) = ٥ (س + ٤)

∴ ٩س + ٦ = ٥س + ٢٠

∴ ٤س = ١٤ ومنها س = ٣.٥

(٢٢) في الشكل المقابل :



أ د ⊥ ب جـ فإن : أ د = ...

(١٨ ، ٢٥ ، ٢٤ ، ٢٠)

نفرض أن : ب د = س

∵ $(\text{أب})^2$ = ب د × ب جـ

∴ ٩٠٠ = س (س + ٣٢) ∴ ٩٠٠ = $س^2$ + ٣٢س

∴ $س^2$ + ٣٢س − ٩٠٠ = ٠ وبالتحليل

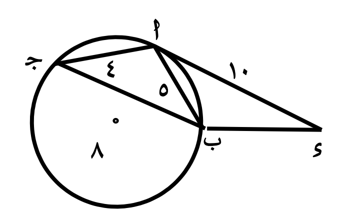
∴ (س + ٥٠)(س − ١٨) = ٠

∴ س = −٥٠ مرفوضة أ، س = ١٨

∴ ب د = ١٨سم

∴ $(\text{أد})^2$ = ١٨ × ٣٢ = ٥٧٦ ∴ أ د = ٢٤سم

(٢٣) في الشكل المقابل :



إذا كان د أ مماس للدائرة عند أ فإن طول ب د = ... سم

(أ) $٦\frac{١}{٤}$ (ب) $٨\frac{١}{٤}$ (جـ) ٦ (د) ٧

∵ د أ مماس للدائرة عند أ

∴ ق (∠د أ ب) = ق (∠أ جـ ب) مماسية ومحيطية

مشتركتان في نفس القوس .

Δد أ ب ، Δب جـ أ فيهما

(١) ق (∠د أ ب) = ق (∠أ جـ ب)

(٢) $\frac{\text{د أ}}{\text{ب جـ}} = \frac{\text{ب أ}}{\text{أ جـ}} = \frac{٥}{٤}$ ∴ Δد أ ب ~ Δ ب جـ أ

وينتج أن : $\frac{\text{د ب}}{\text{أ ب}} = \frac{٥}{٤}$ ومنها $\frac{\text{د ب}}{٥} = \frac{٥}{٤}$ ∴ د ب = $٦\frac{١}{٤}$

أ / علاء محمد الطاهر
٠١١٢٢٤٤٧٤٤٧
٠١٠٩٢٣٦٥٦٥٥

(٢٤) مربعان النسبة بين طولي قطريهما ٢ : ٥ فإذا كانت مساحة أصغرهما ٤سم^٢ فإن مساحة أكبرهما .... سم^٢ .

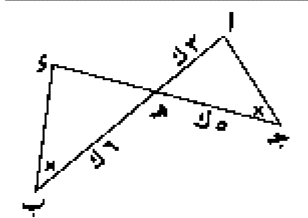
(٢٥ ، ١٦ ، ١٠ ، ٢٠)

مساحة المربع = $\frac{١}{٢}$ ل^٢

∴ $\frac{م_١}{م_٢} = \frac{\frac{١}{٢} ل_١^٢}{\frac{١}{٢} ل_٢^٢}$ ∴ $\frac{م_١}{م_٢} = \frac{ل_١^٢}{ل_٢^٢}$

∴ $\frac{٤}{م_٢} = \frac{٤}{٢٥}$ ∴ م_٢ = ٢٥سم^٢

(٢٥) في الشكل المقابل :



أب ∩ جء = {هـ} ، م Δ (أجهـ) = ٩٠٠ سم^٢

م Δ (ءهـب) = ... سم^٢

(١٢٩٦ ، ١٠٨٠ ، ٧٥٠ ، ٦٢٥)

∵ Δ Δ جهـأ ، بهـء فيهما

ق (∠ جـ) = ق (∠ ب) ،

ق (∠ أهـجـ) = ق (∠ ءهـب) بالتقابل بالرأس .

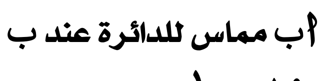
∴ Δ جهـأ ∼ Δ بهـء وينتج من التشابه أن :

$\frac{م (Δ جهـأ)}{م (Δ بهـء)} = \left(\frac{جهـ}{بهـ}\right)^٢ = \left(\frac{٥ك}{٦ك}\right)^٢$

∴ $\frac{٩٠٠}{م (Δ بهـء)} = \frac{٢٥}{٣٦}$

∴ مساحة Δ ءهـب = ١٢٩٦سم^٢

(٢٦) في الشكل المقابل :



أب مماس للدائرة عند ب

، ون = ١سم ،

نهـ = ٣٢سم ،

جن = ٨سم ،

أب = سسم : فإن س = ... سم

(أ) ٨ (ب) ٤ (جـ) ٦ (ء) ١٠

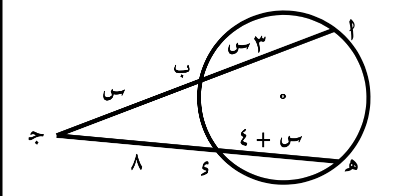
∵ ءن × نجـ = هـن × نو

∴ ٢ءن × ٨ = ٣٢ × ١ ∴ ءن = ٤

، (أب)^٢ = أجـ × أء

∴ س^٢ = ٤ × ١٦ = ٦٤ ∴ س = ٨

(٢٧) في الشكل المقابل :



س = ... سم

(أ) ٦ (ب) ٥ (جـ) ٤ (ء) ٣

∵ بجـ × أجـ = جء × جهـ

∴ س × ٤س = ٨ × (س + ١٢)

∴ ٤س^٢ = ٨س + ٩٦

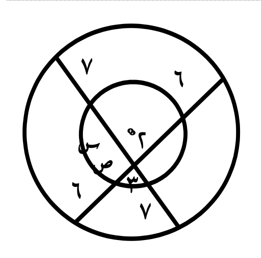
∴ ٤س^٢ – ٨س – ٩٦ = ٠ بالقسمة على ٤

∴ س^٢ – ٢س – ٢٤ = ٠ بالتحليل

(س – ٦) (س + ٤) = ٠

∴ س = ٦ أ، س = –٤ مرفوضه .

(٢٨) في الشكل المقابل :



(س ، ص) = ...

(أ) (١١ ، ١٦.٥) (ب) (١١ ، ١٥.٥)

(جـ) (١٢ ، ١٦.٥) (ء) (١٢ ، ١٥.٥)

في الدائرة الصغرى ∵ ٢ × ص = ٣ × س

∴ ٢ص = ٣س ∴ ص = $\frac{٣}{٢}$ س .

في الدائرة الكبرى ∵ ٨ (ص+٦) = ١٠ (س+٧)

∴ ٨ص + ٤٨ = ١٠س + ٧٠

∴ ٨ × $\frac{٣}{٢}$ س + ٤٨ = ١٠س + ٧٠

١٢س + ٤٨ = ١٠س + ٧٠

∴ ٢س = ٢٢ ومنها س = ١١

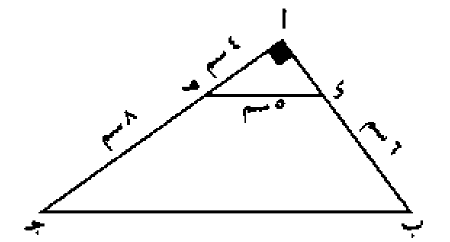
∵ ص = $\frac{٣}{٢}$ س ∴ ص = $\frac{٣}{٢}$ × ١١ = ١٦.٥

∴ (س ، ص) = (١١ ، ١٦.٥)



(٢٩) في الشكل المقابل :

أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في أ طول $\overline{\text{ب جـ}}$ = ...



(أ) <u>١٥</u>   (ب) ١٠   (جـ) ١٢٫٥   (ى) ٢٥

∵ △ أ ى هـ قائم الزاوية في أ

∴ $(\text{أ ى})^2 = \sqrt{25 - 16} = 3$ سم

△△ أ ى هـ ، △ أ ب جـ فيهما

زاوية أ مشتركة ، $\frac{\text{أ ى}}{\text{أ ب}} = \frac{\text{أ هـ}}{\text{أ جـ}} = \frac{1}{3}$

∴ △ أ ى هـ ∼ △ أ ب جـ وينتج أن :

$\frac{\text{أ ى}}{\text{أ ب}} = \frac{\text{ى هـ}}{\text{ب جـ}} = \frac{1}{3}$

∴ $\frac{5}{\text{ب جـ}} = \frac{1}{3}$ ∴ ب جـ = ١٥سم

---

(٣٠) في الشكل المقابل :

$\overline{\text{ى س}}$ // $\overline{\text{أ جـ}}$ ، $\overline{\text{هـ ص}}$ // $\overline{\text{أ ب}}$ ، ب جـ = ١٣٥سم ،

$\frac{\text{أ ى}}{\text{ى ب}} = \frac{3}{2}$ ، $\frac{\text{جـ هـ}}{\text{هـ أ}} = \frac{4}{5}$ فإن : س ص = ... سم

(أ) <u>٢١</u>   (ب) ٢٣   (جـ) ٢٤   (ى) ٢٦

∵ $\overline{\text{ى س}}$ // $\overline{\text{أ جـ}}$ ∴ $\frac{\text{ب س}}{\text{ب جـ}} = \frac{\text{ب ى}}{\text{ب أ}}$ ∴ $\frac{\text{ب س}}{135} = \frac{2}{5}$

∴ ب س = ٥٤سم

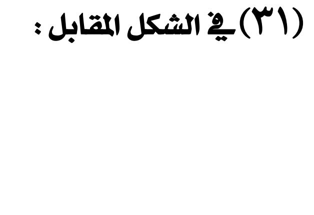
∵ $\overline{\text{هـ ص}}$ // $\overline{\text{أ ب}}$ ∴ $\frac{\text{جـ ص}}{\text{جـ ب}} = \frac{\text{جـ هـ}}{\text{جـ أ}}$ ∴ $\frac{\text{جـ ص}}{135} = \frac{4}{9}$

∴ جـ ص = ٦٠سم

س ص = ١٣٥ − (٥٤ + ٦٠) = ٢١سم

---

(٣١) في الشكل المقابل :



أ ى = ... سم



(أ) <u>$\sqrt{42}$</u>   (ب) ٨   (جـ) $5\sqrt{6}$ (ى) $3\sqrt{6}$

∵ أ ى ينصف ∠ أ من الخارج

∴ $\frac{\text{ب ى}}{\text{ى جـ}} = \frac{\text{أ ب}}{\text{أ جـ}}$ ∴ $\frac{12}{\text{ى جـ}} = \frac{9}{6}$

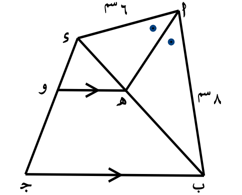
∴ ى جـ = ٨ سم

∵ أ ى = $\sqrt{\text{ى ب} \times \text{ى جـ} - \text{أ ب} \times \text{أ جـ}}$

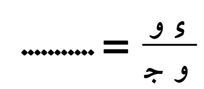
∴ أ ى = $\sqrt{8 \times 12 - 6 \times 9} = \sqrt{42}$

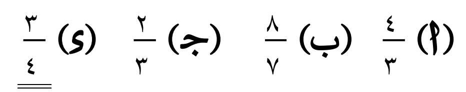
---

(٣٢) في الشكل المقابل :



$\frac{\text{ى و}}{\text{و جـ}}$ = ...





(أ) $\frac{4}{3}$ (ب) $\frac{8}{7}$ (جـ) $\frac{2}{3}$ (ى) <u>$\frac{3}{4}$</u>

∵ أ هـ ينصف ∠ أ

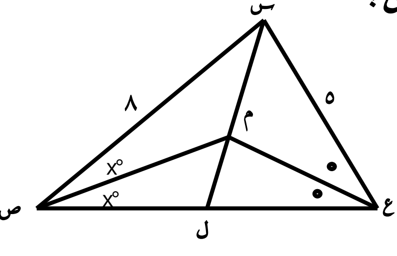
∴ $\frac{\text{أ ب}}{\text{أ ى}} = \frac{\text{ب هـ}}{\text{هـ ى}}$ ∴ $\frac{\text{ب هـ}}{\text{هـ ى}} = \frac{4}{3}$

∵ $\overline{\text{هـ و}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$ ∴ $\frac{\text{ب هـ}}{\text{هـ ى}} = \frac{\text{جـ و}}{\text{و ى}}$

∴ $\frac{\text{ى و}}{\text{و جـ}} = \frac{3}{4}$

---

(٣٣) في الشكل المقابل :



٨ ل ع = ... ل ص

(أ) <u>٥</u>   (ب) ٣   (جـ) ١٣   (ى) ٢



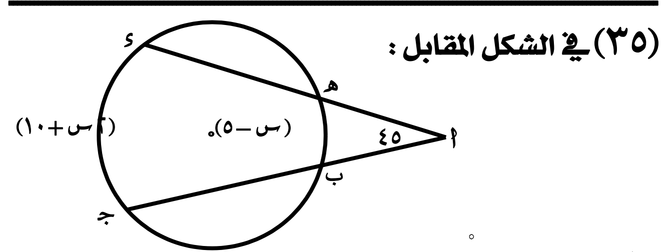
(٣٤) إذا كانت نصف قطر الدائرة م يساوي ٣سم وكانت النقطة أ تقع في مستوى الدائرة حيث م أ = ٤سم فإن : ق م (أ) = ...

(أ) <u>٧</u> (ب) −٧ (جـ) ٢٥ (د) −٢٥

∵ ق م (أ) = (م أ)^2 − نق^2 = ١٦ − ٩ = ٧

---

(٣٥) في الشكل المقابل :



س = ...

(أ) <u>٧٥</u> (ب) ١٥٠ (جـ) ١٣٥ (د) ١٠٠

ق (∠أ) = $\frac{١}{٢}$ [ق(دجـ⌢) − ق(بهـ⌢)]

٤٥ = $\frac{١}{٢}$ ((٢س + ١٠) − (س − ٥))

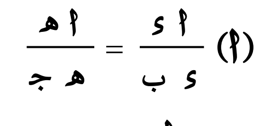
٤٥ = $\frac{١}{٢}$ (٢س + ١٠ − س + ٥)

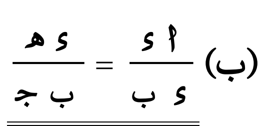
٤٥ = $\frac{١}{٢}$ (س + ١٥) بالضرب × ٢

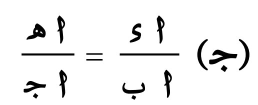
∴ ٩٠ = س + ١٥ ومنها س = ٧٥

---

(٣٦) في الشكل المقابل :
جميع التعبيرات الرياضية صحيحة ما عدا التعبير ....

(أ) 

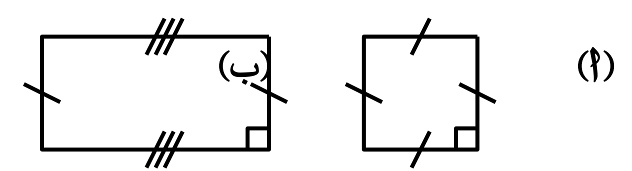
(ب) 

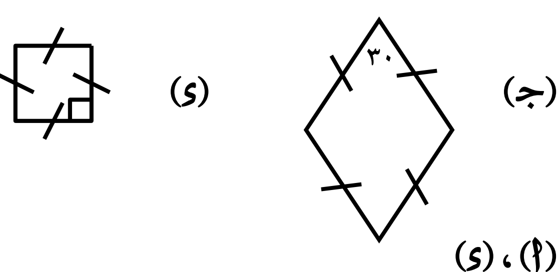
(جـ) 

(د) أ ب / د ب = أ جـ / هـ جـ

---

(٣٧) أي من المضلعات الآتية متشابهة ؟

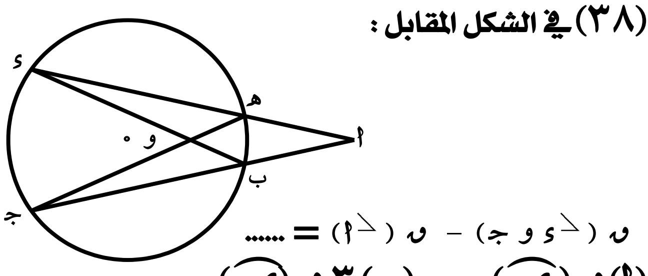
(أ) 

(جـ) (د) 

(أ) ، (د)

---

(٣٨) في الشكل المقابل :



ق (∠د و جـ) − ق (∠أ) = ...

(أ) ق(دجـ⌢) (ب) ٣ ق(دجـ⌢)

(جـ) <u>ق(هـب⌢)</u> (د) ٣ ق(هـب⌢)

∵ ق (∠أ) = $\frac{١}{٢}$ [ق(دجـ⌢) − ق(بهـ⌢)] ⟵ (١)

∵ ق (∠د و جـ) = $\frac{١}{٢}$ [ق(دجـ⌢) + ق(بهـ⌢)]

⟵ (٢) بطرح (٢) من (١)

ق (∠أ) − ق (∠د و جـ) =

$\frac{١}{٢}$ [ق(دجـ⌢) + ق(بهـ⌢)] − $\frac{١}{٢}$ [ق(دجـ⌢) + ق(بهـ⌢)]

ق (∠أ) − ق (∠د و جـ) =

$\frac{١}{٢}$ ق(دجـ⌢) + $\frac{١}{٢}$ ق(بهـ⌢) −

$\frac{١}{٢}$ ق(دجـ⌢) + $\frac{١}{٢}$ ق(بهـ⌢)

∴ ق (∠أ) − ق (∠د و جـ) = ق(بهـ⌢)

---

(٣٩) إذا كان ق م (أ) = ٧ فإن النقطة أ تقع .... الدائرة م .

(أ) داخل (ب) <u>خارج</u> (جـ) على (د) على مركز

∵ ق م (أ) > صفر

∴ النقطة أ تقع خارج الدائرة .

